บทความวิจัย

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีสำหรับพิสัยเคลื่อนที่และพิสัย

พรรษา มงคลตวัฒน์ เสาวณิต สุขภารังษี* และ ยุพาภรณ์ อารีพงษ์
ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 0–2555–2000 ต่อ 4921 อีเมล: saowanit.s@sci.kmutnb.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2017.11.002
รับเมื่อ 24 พฤศจิกายน 2559 ตอบรับเมื่อ 15 มีนาคม 2560 เผยแพร่ออนไลน์ 1 พฤศจิกายน 2560
© 2017 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีสำหรับพิสัยเคลื่อนที่และพิสัย เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของความผันแปรของกระบวนการที่มีการแจกแจงสมมาตรและไม่สมมาตร และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่ด้วยแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง และแผนภูมิควบคุมทูกี เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดประสิทธิภาพ คือ ค่าความยาววิ่งเฉลี่ย ด้วยวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล พบว่าแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงเหนือกว่าแผนภูมิควบคุมควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง และแผนภูมิควบคุมทูกีสำหรับทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุมแบบไม่อิงพารามิเตอร์, การแจกแจงอิสระ, วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล, ค่าความยาววิ่งเฉลี่ย

การอ้างอิงบทความ: พรรษา มงคลตวัฒน์ เสาวณิต สุขภารังษี และ ยุพาภรณ์ อารีพงษ์, "แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีสำหรับพิสัยเคลื่อนที่และพิสัย," *วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ*, ปีที่ 27, ฉบับที่ 4, หน้า 843–854, ต.ค.–ธ.ค. 2560

Research Article

Exponentially Weighted Moving Average – Tukey's Control Charts for Moving Range and Range

Phunsa Mongkoltawat, Saowanit Sukparungsee* and Yupaporn Areepong
Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok, Thailand

* Corresponding Author, Tel. 0–2555–2000 Ext. 4921, E–mail: saowanit.s@sci.kmutnb.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2017.11.002
Received 24 November 2016; Accepted 15 March 2017; Published online: 1 November 2017
© 2017 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

Abstract

The objective of this research is to propose Exponentially Weighted Moving Average – Tukey's Control Charts for Moving Ranges and Ranges in order to detect a change in process variation underlying symmetric and asymmetric processes. The performance of the proposed control chart is compared with Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) and Tukey's Control Charts (TCC). The performance criterion are measured by Average Run Length (ARL) with Monte Carlo Simulation (MC) method. The results found that the proposed Exponentially Weighted Moving Average – Tukey's Control Charts for Moving Ranges and Ranges are superior to EWMA and TCC Control Charts for all magnitudes of changes.

Keywords: Nonparametric Control Chart, Distribution Free, Monte Carlo Simulation, Average Run Length

Please cite this article as: P. Mongkoltawat, S. Sukparungsee, and Y. Areepong, "Exponentially weighted moving average – Tukey's control charts for moving range and range," *The Journal of KMUTNB.*, vol. 27, no. 4, pp. 843–854, Oct.–Dec. 2017 (in Thai).

1. บทนำ

ปัจจุบันในการควบคุมคุณภาพของผลิตภัณฑ์ถือว่าเป็นสิ่งสำคัญในอุตสาหกรรมการผลิตเบื้องต้น โดยเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพ และเป็นที่ยอมรับใช้กันอย่างแพร่หลายในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลง คือ แผนภูมิควบคุม (Control Chart) ในปี ค.ศ. 1931 Shewhart [1] ได้พัฒนาแผนภูมิควบคุมขึ้นเป็นครั้งแรก และได้นำหลักการทางสถิติเข้ามาประยุกต์ใช้ควบคุมคุณภาพ โดยแบ่งแผนภูมิควบคุมออกเป็น 2 ประเภท คือ แผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร (Control Charts for Variables) เช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ($\overline{X}$-Chart) แผนภูมิควบคุมค่าพิสัย (R-Chart) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average Control Chart; EWMA) เป็นต้น และแผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ (Control Charts for Attributes) เช่น แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (p-Chart) และแผนภูมิควบคุมจำนวนข้อบกพร่องต่อหน่วย (c-Chart) เป็นต้น

แผนภูมิควบคุมของชิวฮาร์ทสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย เมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ ($\delta > 1.5\sigma$) เมื่อ δ คือ ขนาดของการเปลี่ยนแปลงในแต่ละแผนภูมิควบคุม และ σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแต่ละแผนภูมิควบคุม เนื่องจากแผนภูมิควบคุมชนิดนี้ไม่ได้ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีต (Memoryless) โดยแผนภูมิควบคุมที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีต คือ แผนควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง เสนอครั้งแรก ในปี ค.ศ. 1959 Roberts [2] ซึ่งสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตที่มีขนาดเล็ก ($\delta \leq 1.5\sigma$) ได้ดี แต่ส่วนใหญ่ข้อมูลที่เก็บจากกระบวนการผลิตอาจไม่ได้มีการแจกแจงปกติหรือเป็นการแจกแจงใดๆ (Distribution Free) ดังนั้นการเลือกใช้แผนภูมิควบคุมมาตรฐานชิวฮาร์ทอาจไม่เหมาะสม เนื่องจากมีความสามารถต่ำในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตที่มีขนาดเล็ก และจำเป็นต้องทราบการแจกแจงของข้อมูล ดังนั้นจึงมีผู้เสนอแผนภูมิควบคุมแบบไม่อิงพารามิเตอร์ (Nonparametric Control Chart) ในปี ค.ศ. 2012 Sukparungsee [3] ได้อ้างถึง Torng และ Lee [4] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมทูกี (Tukey's Control Charts; TCC) ซึ่งสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่มีขนาดตัวอย่างย่อยเท่ากับ 1 ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และแผนภูมิควบคุม TCC นั้นมีประสิทธิภาพกับข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติและไม่ได้มีการแจกแจงปกติ (Non-normal Distributions) ต่อมาในปี ค.ศ. 2014 Khaliq Riaz และ Alemi [5] ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุม TCC และแผนภูมิควบคุมค่าพิสัยเคลื่อนที่ (Moving Range Chart; MR-Chart) พบว่าแผนภูมิควบคุม TCC นั้นมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม MR-Chart สำหรับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่ข้อมูลมีการแจกแจงปกติ และไม่ได้มีการแจกแจงปกติ ต่อมาในปี ค.ศ. 2015 Khaliq Riaz และ Ahmad [6] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกี (Exponentially Weighted Moving Average – Tukey's Control Chart; EWMA-TCC) สำหรับการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการของข้อมูลที่มีการแจกแจงลักษณะไม่สมมาตรและสมมาตร ซึ่งสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้รวดเร็ว และมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC และแผนภูมิควบคุม EWMA และในปี ค.ศ. 2016 Supchottharee [7] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง-ทูกี (Double Exponentially Weighted Moving Average–Tukey's Control Charts; DEWMA-TCC) สำหรับการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ พบว่ามีประสิทธิภาพในการตรวจจับดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง (Double Exponentially Weighted Moving Average; DEWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกี

ในงานวิจัยครั้งนี้ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมใหม่ที่มีชื่อว่า “แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก

แบบเลขชี้กำลัง-ทูกีสำหรับพิสัยเคลื่อนที่และพิสัย" และทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการระหว่างแผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม TCC โดยพิจารณาจากค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (Average Run Length; ARL) ว่าแผนภูมิควบคุมใดสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้เร็วกว่า พิจารณาจากค่าความยาววิ่งเฉลี่ยต่ำสุด เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง โดยมีรายละเอียดดังนี้

1.1 แผนภูมิควบคุมแบบอิงพารามิเตอร์และแผนภูมิควบคุมแบบไม่อิงพารามิเตอร์

โดยทั่วไปแผนภูมิควบคุมที่ใช้ในงานวิจัยมีอยู่ 2 ลักษณะคือ แผนภูมิควบคุมแบบอิงพารามิเตอร์(Parametric Control Chart) ที่มีข้อสมมติฐานว่าตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่ทราบรูปแบบการแจกแจง หากข้อสมมติฐานดังกล่าวไม่เป็นจริง และแผนภูมิควบคุมแบบไม่อิงพารามิเตอร์ ซึ่งใช้กับสถานการณ์ที่ไม่ทราบรูปแบบของกระบวนการหรือกระบวนการมีการแจกแจงใดๆ ซึ่งจะไม่คำนึงถึงลักษณะการแจกแจงของประชากรว่าจะมีลักษณะอย่างไร โดยในงานวิจัยนี้พิจารณาความผันแปรของกระบวนการจากค่าพิสัยเคลื่อนที่และค่าพิสัย

1.2 ค่าพิสัยเคลื่อนที่และค่าพิสัย (Moving Range and Range)

โดยส่วนใหญ่งานวิจัยที่ผ่านมามักศึกษาการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยของกระบวนการมากกว่าความผันแปรของกระบวนการ แต่ความเป็นจริงแล้วความผันแปรของกระบวนการมีความสำคัญต่อกระบวนการผลิตมากกว่า เนื่องจากต้องการควบคุมให้กระบวนการผลิตสามารถผลิตผลิตภัณฑ์ให้มีลักษณะเหมือนกัน (Homogeneity) เมื่อขนาดตัวอย่างย่อยที่นำมาทดสอบคุณภาพของผลิตภัณฑ์มีจำนวนน้อย $n \leq 10$ ([8] นิยมวัดค่าความผันแปรในรูปของค่าพิสัย (Range) โดยใช้แผนภูมิควบคุมค่าพิสัย Range Chart; R-Chart) และเมื่อค่า $n = 1$ จะนิยมใช้แผนภูมิควบคุม (Moving Range Chart; MR-Chart) ดังนั้นในงานวิจัยครั้งนี้แบ่งกรณีศึกษาเป็น 2 กรณี คือ กรณีขนาดตัวอย่างย่อยเท่ากับ 1 ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักสำหรับพิสัยเคลื่อนที่ (Exponentially Weighted Moving Average for Moving Range; EWMAMR) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนัก-ทูกีสำหรับพิสัยเคลื่อนที่ (Exponentially Weighted Moving Average – Tukey's Control Charts for Moving Range; EWMAMR-TCC) และกรณีขนาดตัวอย่างย่อยเท่ากับ 5 ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสำหรับพิสัย (Exponentially Weighted Moving Average for Range; EWMAR) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีสำหรับพิสัย (Exponentially Weighted Moving Average – Tukey's Control Charts for Range; EWMAR-TCC)

1.3 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง

แผนภูมิควบคุม EWMA ถูกเสนอโดย Roberts [2] เป็นแผนภูมิควบคุมที่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กของกระบวนการได้อย่างรวดเร็วและตัวสถิติยังให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีต เมื่อทราบการแจกแจงของข้อมูล โดยสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับค่าพิสัยเคลื่อนที่และค่าพิสัยได้โดยแผนภูมิควบคุม EWMAMR ใช้สำหรับกรณีที่ $n = 1$ และแผนภูมิควบคุม EWMAR ใช้สำหรับกรณีที่ $n = 5$ ทั้งแผนภูมิควบคุม EWMAMR และแผนภูมิ EWMAR ยังคงยึดคุณสมบัติของแผนภูมิควบคุม EWMA ที่กล่าวไว้ข้างต้น สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

ตัวสถิติ EWMAMR สำหรับพิสัยเคลื่อนที่ ($n = 1$)

$$Z_t = \lambda MR_t + (1-\lambda)Z_{t-1}, \quad t = 1, 2, 3, \ldots n \qquad (1)$$

เมื่อ Z_t คือ ตัวสถิติ EWMAMR ณ เวลา

MR_t คือ ค่าพิสัยเคลื่อนที่ของกระบวนการ ณ เวลา t

ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง

(LCL) ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR (n = 1) คือ

$$UCL = \mu_{MR} + \left(K_1\sqrt{\sigma_{MR}}\right)\sqrt{\left(1-(1-\lambda)^{2t}\right)\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$
$$LCL = \mu_{MR} - \left(K_1\sqrt{\sigma_{MR}}\right)\sqrt{\left(1-(1-\lambda)^{2t}\right)\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (2)$$

เมื่อ μ_{MR} คือ ค่าเฉลี่ยของค่าพิสัยเคลื่อนที่ของกระบวนการ

σ_{MR} คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิสัยเคลื่อนที่ของกระบวนการ

K_1 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม EWMAMR

ตัวสถิติ EWMAR สำหรับพิสัย (n = 5)

$$Y_t = \lambda R_t + (1-\lambda)Y_{t-1}\ , \quad t = 1, 2, 3,...n \quad (3)$$

เมื่อ Y_t คือ ตัวสถิติ EWMAR ณ เวลา t

R_t คือ ค่าพิสัยของกระบวนการ ณ เวลา t

โดยกำหนด λ คือ ค่าถ่วงน้ำหนักของค่าสังเกตในอดีต มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 โดยที่ $\lambda = 0.05$ สำหรับแผนภูมิควบคุม EWMAMR แผนภูมิควบคุม EWMAR แผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC และแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC

ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม EWMAR (n = 5) คือ

$$UCL = \mu_{R} + \left(K_2\sqrt{\sigma_{R}}\right)\sqrt{\left(1-(1-\lambda)^{2t}\right)\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$
$$LCL = \mu_{R} - \left(K_2\sqrt{\sigma_{R}}\right)\sqrt{\left(1-(1-\lambda)^{2t}\right)\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (4)$$

เมื่อ μ_R คือ ค่าเฉลี่ยของค่าพิสัยของกระบวนการ

σ_R คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพิสัยของกระบวนการ

K_2 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม EWMAR

1.4 แผนภูมิควบคุมทูกี

แผนภูมิควบคุมทูกีเสนอโดย Torng และ Lee [4] ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมแบบไม่อิงพารามิเตอร์ เมื่อไม่ทราบว่าข้อมูลมีการแจกแจงใดๆ หรือมีขนาดตัวอย่างย่อยเท่ากับ 1 โดยวิธีการคำนวณขีดจำกัดควบควบคุมของแผนภูมิควบคุม TCC ซึ่งลำดับการได้มาซึ่งตัวสถิติควอร์ไทล์ที่ 1 และตัวสถิติควอร์ไทล์ที่ 3 สามารถหาได้ดังนี้

1. เรียงลำดับค่าสังเกตจากน้อยไปมาก
2. หาค่ามัธยฐานของค่าสังเกต
3. ได้ค่ามัธยฐานนำข้อมูลจัดเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่มีค่าต่ำ และกลุ่มที่มีค่าสูง
4. หาค่าควอร์ไทล์ที่ 1 (Q_1) จากกลุ่มที่มีค่าต่ำ และหาค่าควอร์ไทล์ที่ 3 (Q_3) จากกลุ่มที่มีค่าสูง

มีขีดจำกัดควบคุมดังนี้

$$UCL = Q_3 + K_3(IQR)$$
$$LCL = Q_1 - K_3(IQR) \quad (5)$$

เมื่อ Q_1 คือ ค่าควอร์ไทล์ที่ 1 ของค่าสังเกต

Q_3 คือ ค่าควอร์ไทล์ที่ 3 ของค่าสังเกต

IQR คือ ค่าพิสัยของควอร์ไทล์มีค่าเท่ากับ $Q_3 - Q_1$

K_3 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม TCC

1.5 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีสำหรับพิสัยเคลื่อนที่และพิสัย (Exponentially Weighted Moving Average – Tukey's Control Charts for Moving Range and Range)

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) มารวมกับแผนภูมิควบคุมทูกี (TCC) โดยตัวสถิติยังคงเป็นแผนภูมิควบคุม EWMA ดังสมการที่ (1) สำหรับแผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC (n = 1) และดังสมการที่ (3) สำหรับแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC (n = 5)

ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC และแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC คือ ค่าคาดหวังของข้อมูล

จะค่าเดียวกับของแผนภูมิควบคุม TCC สำหรับค่าความแปรปรวนจะประยุกต์รวมกับแผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม TCC

ขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC

$$UCL = Q_3 + \left(K_4\left(IQR\right)\right)\sqrt{\left(1-\left(1-\lambda\right)^{2t}\right)\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$
$$LCL = Q_1 - \left(K_4\left(IQR\right)\right)\sqrt{\left(1-\left(1-\lambda\right)^{2t}\right)\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (6)$$

จากสมการที่ (6) เมื่อ $t \to \infty$ ทำให้ $(1-\lambda)^{2t} \to 0$ จะได้ขีดจำกัดควบคุมดังนี้

$$UCL = Q_3 + \left(K_4\left(IQR\right)\right)\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$
$$LCL = Q_1 - \left(K_4\left(IQR\right)\right)\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (7)$$

เมื่อ K_4 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC

ขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC

$$UCL = Q_3 + \left(K_5\left(IQR\right)\right)\sqrt{\left(1-\left(1-\lambda\right)^{2t}\right)\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$
$$LCL = Q_1 - \left(K_5\left(IQR\right)\right)\sqrt{\left(1-\left(1-\lambda\right)^{2t}\right)\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (8)$$

จากสมการที่ (8) เมื่อ $t \to \infty$ ทำให้ $(1-\lambda)^{2t} \to 0$ จะได้ขีดจำกัดควบคุมดังนี้

$$UCL = Q_3 + \left(K_5\left(IQR\right)\right)\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$
$$LCL = Q_1 - \left(K_5\left(IQR\right)\right)\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (9)$$

เมื่อ K_5 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC

2. วิธีการวิจัยในการหาค่าความยาววิ่งเฉลี่ย ด้วยวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation)

ความยาววิ่งเฉลี่ย (ARL) คือ จำนวนค่าสังเกตที่ต้องใช้ในการตรวจสอบจนกระทั่งพบการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ค่า ARLแบ่งการพิจารณาเป็น 2 กรณี คือ ค่า ARL_0 ใช้พิจารณาเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (In-control Process) และ ARL_1 ใช้พิจารณาเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม (Out-control Process) เกณฑ์การเปรียบเทียบว่าแผนภูมิควบคุมใดมีประสิทธิภาพดีที่สุดค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมนั้นควรมีค่าน้อยที่สุด โดยการประมาณค่า ARL นั้นหากไม่ทราบสูตรสำเร็จหรือสูตรการประมาณค่า นิยมใช้วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล เนื่องจากเป็นวิธีที่เข้าใจง่ายและสามารถใช้เพื่อเปรียบเทียบความถูกต้องกับวิธีการประมาณค่าด้วยวิธีอื่นๆ มีรายละเอียดดังนี้

วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล เกิดจากสร้างโปรแกรมเพื่อจำลองการหาค่า ARL สามารถหาได้ดังนี้

$$ARL = \frac{\sum_{t=1}^{N} RL_t}{N} \quad (8)$$

เมื่อ RL_t คือ จำนวนค่าสังเกตที่ถูกตรวจสอบก่อนจะพบว่ากระบวนการออกนอกขีดจัดควบคุมเป็นครั้งแรกของการจำลองข้อมูลรอบที่ t

N คือ จำนวนครั้งของการทำซ้ำของการทดลองในที่นี้กำหนดให้ N = 500,000 รอบ

3. ผลการศึกษา

ในงานวิจัยนี้ประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม EWMAMR แผนภูมิควบคุม EWMAR แผนภูมิควบคุม TCC แผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC และแผนภูมิ

ควบคุม EWMAR-TCC วัดจากค่า ARL_1 ซึ่งหาได้จากวิธีการจำลองแบบ MC เมื่อกำหนด K_1, K_2, K_3, K_4 และ K_5 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดของแต่ละแผนภูมิควบคุม และกำหนดค่าต่างๆ ได้แก่

3.1 กำหนดขนาดตัวอย่าง (m) ในแต่ละรอบของการทดลองเท่ากับ 3,000

3.2 กำหนดขนาดตัวอย่างย่อย (n) สำหรับค่าพิสัยเคลื่อนที่ ให้ n = 1 และ n = 5 สำหรับค่าพิสัย

3.3 กำหนดค่า ARL_0 = 370 และ 500 เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

โดยศึกษาภายใต้กระบวนการที่มีการแจกแจง 3 การแจกแจงโดยแบ่งเป็นการแจกแจงไม่สมมาตรที่มีลักษณะเบ้ขวา ได้แก่ การแจกแจงไวบูล การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงสมมาตร คือ การแจกแจงลาปลาซ โดย β_0 คือ ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง กำหนดให้ $\beta_1 = \delta\beta$ เมื่อ β_1 คือ ค่าพารามิเตอร์ที่เปลี่ยนไปเป็นของการแจกแจง และ δ แทนขนาดการเปลี่ยนแปลงของแต่ละแผนภูมิ สำหรับการแจกแจงไวบูล การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงลาปาซ โดยแสดงข้อมูลดังตารางต่อไปนี้

จากตารางที่ 1 ข้อมูลมีการแจกแจงไวบูล พารามิเตอร์ (α, β) สำหรับพิสัยเคลื่อนที่ (n = 1) แสดงค่า K_4 = 1.488 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR- TCC ค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAMR และแผนภูมิควบคุม TCC ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

จากตารางที่ 2 ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา พารามิเตอร์ (α, β) สำหรับพิสัยเคลื่อนที่ (n = 1) แสดงค่า K_4 = 2.38 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC พบว่า ค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAMR และแผนภูมิควบคุม TCC เฉพาะกรณีที่ระดับการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ 1.2. 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.5 และ 3.0 ในส่วนของระดับการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ 0.1, 0.2, 0.4, 0.6 และ 0.8 แผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิควบคุมไม่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่ลดลงได้ โดยค่า ARL_1 ที่เพิ่มขึ้นไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่ลดลงได้

ตารางที่ 1 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR, TCC และ EWMAMR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงไวบูล กำหนดค่าพารามิเตอร์ (2, 1) กรณี n = 1 และ ARL_0 = 370

δ	**EWMAMR** K_1 **= 0.533**	**TCC** K_3 **= 1.954**	**EWMAMR-TCC** K_4 **= 1.488**
0.1	10.156 ± 0.004	14.598 ± 0.007	7.830 ± 0.010
0.2	21.121 ± 0.007	37.417 ± 0.011	17.694 ± 0.021
0.4	113.572 ± 0.048	80.172 ± 0.029	37.550 ± 0.181
0.6	174.607 ± 0.205	154.691 ± 0.078	73.239 ± 0.169
0.8	225.178 ± 0.556	244.789 ± 0.208	196.763 ± 0.726
1.0	370.438 ± 0.899	370.626 ± 0.536	370.965 ± 0.517
1.2	360.099 ± 0.985	369.723 ± 0.529	252.613 ± 0.028
1.4	308.794 ± 0.976	293.176 ± 0.454	229.458 ± 0.010
1.6	209.527 ± 0.837	282.381 ± 0.450	121.089 ± 0.005
1.8	126.072 ± 0.660	167.899 ± 0.383	86.608 ± 0.003
2.0	63.637 ± 0.493	142.459 ± 0.355	33.773 ± 0.002
2.5	12.336 ± 0.203	75.659 ± 0.221	9.761 ± 0.001
3.0	7.624 ± 0.070	67.478 ± 0.151	1.628 ± 0.001

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

ตารางที่ 2 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR, TCC และ EWMAMR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา กำหนดค่าพารามิเตอร์ (4, 2) กรณี n = 1 และ ARL_0 = 370

δ	**EWMAMR** K_1 **= 0.557**	**TCC** K_3 **= 2.591**	**EWMAMR-TCC** K_4 **= 2.38**
0.1	808.930 ± 0.865	1424.398 ± 0.851	780.804 ± 0.733
0.2	725.586 ± 0.878	1254.558 ± 0.844	628.194 ± 0.695
0.4	636.362 ± 0.779	949.599 ± 0.762	515.275 ± 0.598
0.6	546.626 ± 0.768	703.004 ± 0.736	426.514 ± 0.526
0.8	458.032 ± 0.651	515.798 ± 0.718	418.786 ± 0.713
1.0	370.013 ± 0.531	370.913 ± 0.623	370.943 ± 0.431
1.2	364.218 ± 0.529	264.646 ± 0.474	241.803 ± 0.403
1.4	358.450 ± 0.522	214.788 ± 0.361	199.873 ± 0.285
1.6	322.180 ± 0.510	163.427 ± 0.278	121.555 ± 0.173
1.8	282.995 ± 0.505	125.519 ± 0.219	51.463 ± 0.073
2.0	230.520 ± 0.441	95.505 ± 0.174	21.385 ± 0.030
2.5	132.031 ± 0.381	43.901 ± 0.100	18.783 ± 0.027
3.0	63.815 ± 0.293	16.869 ± 0.053	14.253 ± 0.023

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

ตารางที่ 3 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR, TCC และ EWMAMR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงลาปลาซ กำหนดค่าพารามิเตอร์ (5, 4) กรณี n = 1 และ ARL_0 = 370

δ	**EWMAMR** **K_1 = 0.603**	**TCC** **K_3 = 3.762**	**EWMAMR-TCC** **K_4 = 1.233**
0.1	0	70.655 ± 0.509	0.001 ± 0.001
0.2	100.495 ± 0.158	110.668 ± 0.522	0.003 ± 0.001
0.4	254.752 ± 0.711	334.404 ± 0.533	16.728 ± 0.251
0.6	318.452 ± 0.935	358.755 ± 0.514	56.398 ± 0.222
0.8	340.657 ± 0.946	360.432 ± 0.486	256.783 ± 0.268
1.0	370.818 ± 0.806	370.668 ± 0.529	370.416 ± 0.704
1.2	326.800 ± 0.775	322.567 ± 0.514	229.629 ± 0.271
1.4	293.263 ± 0.747	285.227 ± 0.532	134.632 ± 0.142
1.6	272.286 ± 0.727	242.118 ± 0.560	96.398 ± 0.092
1.8	258.344 ± 0.714	182.665 ± 0.498	76.883 ± 0.068
2.0	248.065 ± 0.703	133.600 ± 0.517	65.268 ± 0.055
2.5	233.097 ± 0.687	101.510 ± 0.543	49.935 ± 0.038
3.0	224.933 ± 0.678	87.680 ± 0.501	42.540 ± 0.030

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

ตารางที่ 4 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR, TCC และ EWMAMR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงไวบูล กำหนดค่าพารามิเตอร์ (2, 1) กรณี n = 1 และ ARL_0 = 500

δ	**EWMAMR** **K_1 = 0.551**	**TCC** **K_3 = 2.066**	**EWMAMR-TCC** **K_4 = 1.604**
0.1	33.157 ± 0.018	55.874 ± 0.368	4.004 ± 0.010
0.2	84.221 ± 0.056	64.568 ± 0.291	9.154 ± 0.020
0.4	143.998 ± 0.128	181.572 ± 0.461	27.576 ± 0.121
0.6	274.585 ± 0.366	247.399 ± 0.500	53.856 ± 0.189
0.8	355.157 ± 0.511	255.513 ± 0.399	176.560 ± 0.706
1.0	500.160 ± 0.799	500.458 ± 0.754	500.746 ± 0.759
1.2	260.192 ± 0.755	287.824 ± 0.270	56.673 ± 0.032
1.4	208.684 ± 0.521	210.554 ± 0.158	30.708 ± 0.010
1.6	125.466 ± 0.350	164.749 ± 0.092	21.787 ± 0.005
1.8	96.600 ± 0.287	137.882 ± 0.054	17.082 ± 0.003
2.0	57.707 ± 0.098	122.124 ± 0.031	14.132 ± 0.002
2.5	32.561 ± 0.052	102.968 ± 0.019	9.984 ± 0.001
3.0	12.567 ± 0.024	76.893 ± 0.011	7.787 ± 0.001

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

จากตารางที่ 3 ข้อมูลมีการแจกแจงลาปลาซ พารามิเตอร์ (α,β) สำหรับพิสัยเคลื่อนที่ (n = 1) แสดงค่า K_4 = 1.233 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC พบว่า ค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAMR และแผนภูมิควบคุม TCC ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

จากตารางที่ 4 กรณี ข้อมูลมีการแจกแจงไวบูล พารามิเตอร์ (α, β) สำหรับพิสัยเคลื่อนที่ (n = 1) แสดงค่า K_4 = 1.604 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC ค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAMR และแผนภูมิควบคุม TCC ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 5 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR, TCC และ EWMAMR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา กำหนดค่าพารามิเตอร์ (4, 2) กรณี n = 1 และ ARL_0 = 500

δ	**EWMAMR** **K_1 = 0.575**	**TCC** **K_3 = 2.752**	**EWMAMR-TCC** **K_4 = 2.466**
0.1	1998.885 ± 0.400	1126.950 ± 0.932	1122.570 ± 0.732
0.2	1054.806 ± 0.391	1015.349 ± 0.942	1087.660 ± 0.745
0.4	816.027 ± 0.712	893.921 ± 0.944	1010.577 ± 0.845
0.6	546.626 ± 0.768	768.011 ± 0.895	930.483 ± 0.952
0.8	650.009 ± 0.959	638.214 ± 0.878	688.021 ± 0.926
1.0	500.394 ± 0.779	500.615 ± 0.719	500.489 ± 0.807
1.2	434.478 ± 0.881	374.555 ± 0.619	379.527 ± 0.542
1.4	406.820 ± 0.917	279.593 ± 0.471	260.590 ± 0.372
1.6	355.626 ± 0.201	211.043 ± 0.360	152.340 ± 0.218
1.8	291.723 ± 0.156	160.832 ± 0.278	60.353 ± 0.086
2.0	225.872 ± 0.109	122.546 ± 0.218	38.479 ± 0.032
2.5	184.348 ± 0.086	59.099 ± 0.125	10.218 ± 0.015
3.0	90.674 ± 0.043	22.114 ± 0.068	5.887 ± 0.010

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

จากตารางที่ 5 ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา พารามิเตอร์ (α, β) สำหรับพิสัยเคลื่อนที่ (n = 1) แสดงค่า K_4 = 2.466 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC พบว่า ค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAMR และแผนภูมิควบคุม TCC เฉพาะกรณีที่ระดับการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ 1.2. 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.5 และ 3.0 ในส่วนของ

ระดับการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ 0.1, 0.2, 0.4, 0.6 และ 0.8 แผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิควบคุมไม่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่ลดลงได้ โดยค่า ARL_1 ที่เพิ่มขึ้นไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่ลดลงได้

ตารางที่ 6 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR, TCC และ EWMAMR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงลาปลาซ กำหนดค่าพารามิเตอร์ (5, 4) กรณี n = 1 และ ARL_0 = 500

δ	**EWMAMR** **K_1 = 0.618**	**TCC** **K_3 = 3.995**	**EWMAMR-TCC** **K_4 = 1.341**
0.1	0.007 ± 0.004	235.558 ± 0.695	0.003 ± 0.001
0.2	64.622 ± 0.213	368.055 ± 0.705	28.517 0.011
0.4	351.663 ± 0.935	421.368 ± 0.733	66.170 ± 0.105
0.6	397.201 ± 0.793	455.169 ± 0.715	150.008 ± 0.232
0.8	472.101 ± 0.483	486.007 ± 0.698	208.677 ± 0.268
1.0	500.692 ± 0.854	500.217 ± 0.722	500.980 ± 0.825
1.2	455.164 ± 0.819	465.202 ± 0.688	253.035 ± 0.304
1.4	409.613 ± 0.985	404.198 ± 0.700	145.746 ± 0.157
1.6	380.607 ± 0.962	378.235 ± 0.711	103.215 ± 0.101
1.8	361.271 ± 0.945	324.158 ± 0.697	81.691 ± 0.074
2.0	346.797 ± 0.931	256.191 ± 0.689	69.076 ± 0.059
2.5	325.787 ± 0.911	168.186 ± 0.735	52.483 ± 0.040
3.0	314.565 ± 0.899	105.266 ± 0.707	44.561 ± 0.032

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

จากตารางที่ 6 ข้อมูลมีการแจกแจงลาปลาซ พารามิเตอร์ (α, β) สำหรับพิสัยเคลื่อนที่ (n = 1) แสดงค่า $K_4 = 1.341$ ของแผนภูมิควบคุม EWMAMR-TCC พบว่าค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAMR และแผนภูมิควบคุม TCC ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

จากตารางที่ 7 ข้อมูลมีการแจกแจงไวบูล พารามิเตอร์ (α,β) สำหรับพิสัย (n = 5) แสดงค่า $K_5 = 0.415$ ของแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC พบว่าค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAR และแผนภูมิควบคุม TCC ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 7 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAR, TCC และ EWMAR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงไวบูล กำหนดค่าพารามิเตอร์ (2, 1) กรณี n = 5 และ ARL_0 = 370

δ	**EWMAR** **K_2 = 1.137**	**TCC** **K_3 = 2.049**	**EWMAR-TCC** **K_4 = 0.415**
0.1	89.723 ± 0.384	1.609 ± 0.001	0.462 ± 0.002
0.2	175.795 ± 0.327	3.188 ± 0.002	1.494 ± 0.003
0.4	230.743 ± 0359	8.481 ± 0.007	4.114 ± 0.005
0.6	292.169 ± 0.377	18.373 ± 0.026	14.712 ± 0.009
0.8	367.081 ± 0.382	179.725 ± 0.258	35.977 ± 0.029
1.0	370.085 ± 0.386	370.736 ± 0.305	370.244 ± 0.292
1.2	365.887 ± 0.388	360.169 ± 0.168	298.896 ± 0.252
1.4	362.573 ± 0.389	294.548 ± 0.059	258.552 ± 0.242
1.6	260.141 ± 0.389	258.539 ± 0.019	217.241 ± 0.224
1.8	257.901 ± 0.389	198.958 ± 0.005	42.077 ± 0.020
2.0	156.201 ± 0.389	97.410 ± 0.035	24.014 ± 0.007
2.5	102.962 ± 0.387	35.470 ± 0.059	11.948 ± 0.002
3.0	61.181 ± 0.386	22.744 ± 0.004	7.930 ± 0.001

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

ตารางที่ 8 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAR, TCC และ EWMAR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา กำหนดค่าพารามิเตอร์ (4, 2) กรณี n = 5 และ ARL_0 = 370

δ	**EWMAR** **K_2 = 1.145**	**TCC** **K_3 = 2.822**	**EWMAR-TCC** **K_4 = 1.122**
0.1	453.420 ± 0.352	490.622 ± 0.257	469.692 ± 0.252
0.2	422.328 ± 0.367	477.391 ± 0.267	504.454 ± 0.023
0.4	393.599 ± 0.375	459.622 ± 0.278	554.911 ± 0.076
0.6	380.409 ± 0.378	438.287 ± 0.289	517.709 ± 0.232
0.8	373.677 ± 0.379	410.268 ± 0.298	474.701 ± 0.312
1.0	370.349 ± 0.380	370.613 ± 0.305	370.666 ± 0.396
1.2	365.539 ± 0.375	322.498 ± 0.302	245.903 ± 0.410
1.4	324.901 ± 0.381	254.061 ± 0.279	140.382 ± 0.355
1.6	262.576 ± 0.282	162.952 ± 0.213	72.209 ± 0.274
1.8	212.023 ± 0.182	64.631 ± 0.092	34.338 ± 0.196
2.0	161.088 ± 0.153	24.697 ± 0.035	15.859 ± 0.135
2.5	108.949 ± 0.083	11.052 ± 0.015	1.807 ± 0.046
3.0	58.121 ± 0.060	2.439 ± 0.012	0.188 ± 0.015

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

จากตารางที่ 8 ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา พารามิเตอร์ (α, β) สำหรับพิสัย (n = 5) แสดงค่า K_5 = 1.122 ของแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC พบว่าค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAR และแผนภูมิ

ควบคุม TCC เฉพาะกรณีที่ระดับการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ 1.2. 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.5 และ 3.0 ในส่วนของระดับการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ 0.1, 0.2, 0.4, 0.6 และ 0.8 แผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิควบคุมไม่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่ลดลงได้ โดยค่า ARL_1 ที่เพิ่มขึ้นไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่ลดลงได้

ตารางที่ 9 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAR, TCC และ EWMAR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงลาปลาซ กำหนดค่าพารามิเตอร์ (5, 4) กรณี n = 5 และ ARL_0 = 370

δ	EWMAR $K_2 = 1.202$	TCC $K_3 = 4.805$	EWMAR-TCC $K_5 = 8.322$
0.1	277.806 ± 0.301	156.404 ± 0.358	0.002 ± 0.002
0.2	296.396 ± 0.313	265.199 ± 0.322	7.138 ± 0.015
0.4	321.548 ± 0.340	288.168 ± 0.308	59.365 ± 0.025
0.6	350.252 ± 0.365	324.175 ± 0.311	123.568 ± 0.095
0.8	367.419 ± 0.376	364.198 ± 0.299	271.107 ± 0.252
1.0	370.112 ± 0.376	370.062 ± 0.305	370.462 ± 0.273
1.2	363.562 ± 0.365	361.885 ± 0.315	182.519 ± 0.172
1.4	356.322 ± 0.363	342.674 ± 0.289	114.302 ± 0.093
1.6	341.681 ± 0.358	301.011 ± 0.323	87.070 ± 0.060
1.8	323.731 ± 0.352	265.005 ± 0.317	73.089 ± 0.045
2.0	316.020 ± 0.345	221.566 ± 0.296	64.705 ± 0.036
2.5	305.331 ± 0.337	178.322 ± 0.332	53.588 ± 0.026
3.0	300.102 ± 0.329	143.696 ± 0.299	48.025 ± 0.021

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

จากตารางที่ 9 ข้อมูลมีการแจกแจงลาปลาซ พารามิเตอร์ (α, β) สำหรับพิสัย (n = 5) แสดงค่า $K_5 = 0.415$ ของแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC พบว่าค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAR และแผนภูมิควบคุม TCC ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

จากตารางที่ 10 ข้อมูลมีการแจกแจงไวบูล พารามิเตอร์ (α, β) สำหรับพิสัย (n = 5) แสดงค่า K_5 = 0.725 ของแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC พบว่าค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAR และแผนภูมิควบคุม TCC ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 10 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAR, TCC และ EWMAR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงไวบูล กำหนดค่าพารามิเตอร์ (2, 1) กรณี n = 5 และ ARL_0 = 500

δ	EWMAR K2 = 1.547	TCC K3 = 2.363	EWMAR-TCC K5 = 0.725
0.1	289.655 ± 0.222	0.911 ± 0.001	0.354 ± 0.001
0.2	345.129 ± 0.240	3.750 ± 0.003	1.340 ± 0.002
0.4	410.249 ± 0.300	9.236 ± 0.005	5.862 ± 0.008
0.6	444.911 ± 0.308	29.797 ± 0.043	17.606 ± 0.010
0.8	467.530 ± 0.306	188.445 ± 0.237	48.850 ± 0.042
1.0	500.555 ± 0.303	500.897 ± 0.241	500.460 ± 0.237
1.2	475.425 ± 0.308	396.115 ± 0.238	328.987 ± 0.240
1.4	422.191 ± 0.299	329.765 ± 0.201	295.977 ± 0.265
1.6	400.058 ± 0.289	265.101 ± 0.196	170.795 ± 0.283
1.8	382.440 ± 0.265	154.533 ± 0.145	51.707 ± 0.028
2.0	366.191 ± 0.210	87.654 ± 0.135	27.150 ± 0.008
2.5	335.780 ± 0.185	45.703 ± 0.067	13.025 ± 0.002
3.0	281.965 ± 0.168	20.002 ± 0.030	8.574 ± 0.001

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

ตารางที่ 11 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAR, TCC และ EWMAR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา กำหนดค่าพารามิเตอร์ (4, 2) กรณี n = 5 และ ARL_0 = 500

δ	EWMAR $K_2 = 1.548$	TCC $K_3 = 3.402$	EWMAR-TCC $K_5 = 1.275$
0.1	598.998 ± 0.352	571.771 ± 0.142	588.797 ± 0.224
0.2	592.014 ± 0.367	566.525 ± 0.155	580.812 ± 0.212
0.4	583.009 ± 0.375	559.119 ± 0.170	570.667 ± 0.188
0.6	560.424 ± 0.378	548.761 ± 0.189	555.222 ± 0.168
0.8	543.610 ± 0.379	534.321 ± 0.210	552.662 ± 0.191
1.0	500.322 ± 0.309	500.121 ± 0.237	500.587 ± 0.294
1.2	498.882 ± 0.309	476.738 ± 0.267	397.087 ± 0.393
1.4	486.669 ± 0.308	414.930 ± 0.297	265.875 ± 0.418
1.6	479.375 ± 0.308	299.423 ± 0.297	155.091 ± 0.369
1.8	461.425 ± 0.308	113.427 ± 0.158	80.712 ± 0.288
2.0	425.629 ± 0.308	75.214 ± 0.050	39.558 ± 0.210
2.5	414.398 ± 0.308	32.426 ± 0.046	5.203 ± 0.078
3.0	404.522 ± 0.308	8.446 ± 0.017	0.594 ± 0.026

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

จากตารางที่ 11 ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมาพารามิเตอร์ (α, β) สำหรับพิสัย (n = 5) แสดงค่า $K_5 = 1.275$ ของแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC พบว่าค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAR และแผนภูมิควบคุม TCC เฉพาะกรณีที่ระดับการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.5 และ 3.0 สำหรับระดับการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 นั้น แผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด ไม่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่ลดลงได้ โดยค่า ARL_1 ที่เพิ่มขึ้นไม่สามารถนำมาเปรียบเทียบในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่ลดลงได้

ตารางที่ 12 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม EWMAR, TCC และ EWMAR-TCC ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ β_1 ภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงลาปลาซ กำหนดค่าพารามิเตอร์ (5, 4) กรณี n = 5 และ ARL_0 = 500

δ	EWMAR $K_2 = 1.655$	TCC $K_3 = 4.855$	EWMAR-TCC $K_5 = 9.002$
0.1	103.488 ± 0.167	146.107 ± 0.244	24.552 ± 0.009
0.2	156.800 ± 0.199	232.866 ± 0.238	67.557 ± 0.015
0.4	210.454 ± 0.225	289.330 ± 0.240	107.574 ± 0.094
0.6	340.889 ± 0.295	320.406 ± 0.263	234.578 ± 0.158
0.8	376.914 ± 0.306	465.869 ± 0.255	382.578 ± 0.202
1.0	500.395 ± 0.310	500.416 ± 0.246	500.959 ± 0.228
1.2	475.142 ± 0.301	488.255 ± 0.206	311.606 ± 0.262
1.4	461.547 ± 0.301	432.056 ± 0.213	184.456 ± 0.175
1.6	411.021 ± 0.301	366.398 ± 0.233	128.200 ± 0.111
1.8	365.821 ± 0.297	312.234 ± 0.199	101.458 ± 0.078
2.0	326.111 ± 0.277	268.228 ± 0.222	86.372 ± 0.060
2.5	275.159 ± 0.255	186.672 ± 0.217	67.882 ± 0.039
3.0	212.212 ± 0.222	133.115 ± 0.208	59.336 ± 0.031

หมายเหตุ : หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1

จากตารางที่ 12 ข้อมูลมีการแจกแจงลาปลาซพารามิเตอร์ (α, β) สำหรับพิสัย (n = 5) แสดงค่า $K_5 = 9.002$ ของแผนภูมิควบคุม EWMAR-TCC พบว่าค่า ARL_1 ที่ได้ต่ำกว่าแผนภูมิควบคุม EWMAR และแผนภูมิควบคุม TCC

4. สรุป

จากผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่ชื่อ "แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีสำหรับพิสัยเคลื่อนที่และพิสัย" แบ่งเป็นแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีสำหรับพิสัยเคลื่อนที่ (EWMAMR-TCC) เมื่อขนาดตัวอย่างย่อยเท่ากับ 1 (n = 1) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีสำหรับพิสัย (EWMAR-TCC) เมื่อขนาดตัวอย่างย่อยเท่ากับ 5 (n = 5) กรณีกระบวนการเปลี่ยนแปลงอยู่ภายใต้การควบคุม (δ = 1) ARL_0 = 370 และ 500 ทั้ง 2 แผนภูมิควบคุมมีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง และแผนภูมิควบคุมทูกีเนื่องจากให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดในทุกระดับการเปลี่ยนแปลงเมื่อกระบวนการมีการแจกแจงแบบไม่สมมาตรและสมมาตร

5. อภิปรายผล

ในการวิจัยนี้ได้เสนอแผนภูมิควบคุมใหม่ชื่อว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกีสำหรับพิสัยเคลื่อนที่และพิสัย เพื่อใช้ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงการกระจายของค่าสังเกตของกระบวนการโดยแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอมีประสิทธิภาพในการตรวจจับดีสุด ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง เมื่อเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุม EWMA และ TCC ทั้งกรณีที่ค่าสังเกตมีการแจกแจงแบบสมมาตรและไม่สมมาตร ในงานวิจัยครั้งต่อไปอาจขยายขอบเขตการศึกษาในเรื่องของขนาดตัวอย่างย่อย วิธีการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เพื่อศึกษาความอิทธิพลของค่าดังกล่าวกับประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของการกระจายของค่าสังเกตในกระบวนการผลิต

เอกสารอ้างอิง

[1] W. A. Shewhart, *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. Van Nostrand: Princeton, 1931.

[2] S. W. Roberts, "Control chart tests based on geometric moving average," *Techmometrics*, vol. 42, no. 1, pp. 239–250, 1959.

[3] S. Sukparungsee, "Robustness of Tukey's control chart in detecting a changes of parameter of skew distributions," *International Journal of Applied Physics and Mathematics*, vol. 2, no. 5, pp. 379–382, 2012.

[4] C. C. Torng and P. H. Lee, "ARL performance of the Tukey's control chart," *Communications in Statistics Simulation and Computation*, vol. 38, no. 3. pp. 541–577, 2008.

[5] Q. Khaliq, M. Riaz, and F. Alemi, "Performance of Tukey's and individual/moving range control charts," *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 31, no. 6, pp. 1063–1077, October 2015.

[6] Q. Khaliq, M. Riaz, and S. Ahmad, "On designing a new Tukey-EWMA control chart for process monitoring," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 82, no. 1, pp. 1–23, Jan 2016.

[7] K. Supchottharee, "Double Exponentially Weighted Moving Average – Tukey's control chart for monitoring of parameter change," M.S. thesis, Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science King Mongkut's University of Technology North Bangkok, 2016 (in Thai).

[8] D. C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*. 4th Ed. New York, 2009.