วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ปีที่ 27 ฉบับที่ 4 ต.ค.–ธ.ค. 2560
The Journal of KMUTNB., Vol. 27, No. 4, Oct.–Dec. 2017

บทความวิจัย

การประมาณค่าข้อมูลสูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^k กรณีไม่มีซ้ำ

กนิฏฐา ลาภาพงศ์* วิชิต หล่อจีระชุณห์กุล และ จิราวัลย์ จิตรถเวช
คณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 08–4998–1148 อีเมล: kanidta.lap@gmail.com DOI: 10.14416/j.kmutnb.2017.10.001
รับเมื่อ 16 พฤศจิกายน 2559 ตอบรับเมื่อ 14 กุมภาพันธ์ 2560 เผยแพร่ออนไลน์ 20 ตุลาคม 2560
© 2017 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

บทคัดย่อ

ในการศึกษานี้ ได้เสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย 1 ค่า 2 วิธี ในการทดลองแฟกทอเรียล 2^k ที่ไม่มีการทำซ้ำ โดยวิธีที่ 1 ใช้ผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุด และวิธีที่ 2 ใช้สัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง จากการเปรียบเทียบมาตรวัด 3 ตัว คือ ร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของค่าประมาณของข้อมูลสูญหาย ค่าผลรวมกำลังสองและค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยต่างๆ โดยใช้ตัวอย่างการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4 ในกรณีที่ไม่มีและมีข้อมูลสูญหาย พบว่า วิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง ให้ค่าประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ค่าผลรวมกำลังสองและค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยต่างๆ ใกล้เคียงกับข้อมูลจริงมากกว่าวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุด

คำสำคัญ: ข้อมูลสูญหาย, การทดลองแฟกทอเรียล, ไม่มีการทำซ้ำ, อิทธิพลร่วม

การอ้างอิงบทความ: กนิฏฐา ลาภาพงศ์ วิชิต หล่อจีระชุณห์กุล และ จิราวัลย์ จิตรถเวช, "การประมาณค่าข้อมูลสูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^k กรณีไม่มีซ้ำ," *วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ*, ปีที่ 27, ฉบับที่ 4, หน้า 793–803, ต.ค.–ธ.ค. 2560

Research Article

Estimating Missing Data in Unreplicated 2^k Factorial Experiments

Kanidta Laphaphong*, Vichit Lorchirachoonkul and Jirawan Jitthavech
Faculty of Applied Statistics, National Institute of Development Administration, Bangkok, Thailand

* Corresponding Author, Tel. 08–4998–1148, E–mail: kanidta.lap@gmail.com DOI: 10.14416/j.kmutnb.2017.10.001
Received 16 November 2016; Accepted 14 February 2017; Published online: 20 October 2017
© 2017 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

Abstract

In this study, two estimation methods for one missing data in unreplicated 2^k factorial experiments are proposed. The first method is minimizing sum squared the highest order interaction and the second one is based on the change proportion. From the comparison of 3 measurement criteria: the absolute percentage relative error of the estimate, sum squared and estimates of factorial effects, by using 2^2, 2^3 and 2^4 factorial experiments, it can be concluded that the change proportion method gives a better estimate than the method of minimizing sum squared the highest order interaction.

Keywords: Missing Data, Factorial Experiments, Unreplicated, Interaction Effect

Please cite this article as: K. Laphaphong, V. Lorchirachoonkul, and J. Jitthavech, "Estimating missing data in unreplicated 2^k factorial experiments," *The Journal of KMUTNB.*, vol. 27, no. 4, pp. 793–803, Oct.–Dec. 2017 (in Thai).

1. บทนำ

การวางแผนการทดลอง เป็นการค้นหาคำตอบของการทดลองด้วยวิธีที่มีแบบแผน โดยมีการกำหนดวัตถุประสงค์หรือสมมติฐานบางอย่าง เพื่อต้องการศึกษาค้นคว้าหาความรู้ความเข้าใจใหม่ ๆ โดยทำการหาความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยกับผลลัพธ์ทั้งหมดของการทดลองนั้น ๆ ในปัจจุบันการวางแผนการทดลองจึงเป็นที่นิยมและนำมาใช้ในงานวิจัยกันอย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะทางด้านเกษตรกรรม ด้านอุตสาหกรรม ด้านการแพทย์ ด้านการตลาด ด้านสังคมศาสตร์ เป็นต้น ดังนั้นการทดลองจึงมีความสำคัญต่อการทดลองเป็นอย่างมาก ซึ่งการใช้การทดลองที่เหมาะสมนั้นจะช่วยลดขนาดของความคลาดเคลื่อนในการทดลอง (Experimental Error) ให้น้อยลงได้ นอกจากนี้จะช่วยให้ผู้ทำการทดลองสามารถศึกษาถึงอิทธิพลของปัจจัยต่าง ๆ ที่สำคัญ ๆ อย่างมีเป้าหมายและชัดเจนมากขึ้น [1]

โดยปกติการวิเคราะห์การทดลองนั้น จะใช้ข้อมูลที่มีความครบถ้วนสมบูรณ์ แต่ในทางปฏิบัติอาจพบการสูญหายของข้อมูลในระหว่างการทดลองซึ่งอาจมีสาเหตุจากหลายประการ บางการทดลองไม่สามารถทำการทดลองใหม่ได้ เนื่องจากใช้เวลานาน ใช้งบประมาณและทรัพยากรจำนวนมาก อาจแก้ปัญหาโดยการตัดข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ออก เก็บข้อมูลเพิ่มเติม การดำเนินงานด้วยวิธีดังกล่าว ทำให้การวิเคราะห์ของแบบแผนการทดลองอาจก่อให้เกิดปัญหา ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลได้ขาดความแม่นยำ เนื่องจากข้อมูลของการทดลองที่เหลืออยู่อาจมีจำนวนน้อยกว่าที่วางแผนไว้ ทำให้สูญเสียรายละเอียดของข้อมูลบางตัวไป และอาจทำให้ได้ค่าประมาณที่ได้มีความเอนเอียงมาก หากหน่วยที่ทิ้งไปแตกต่างจากข้อมูลที่เหลืออยู่มาก ทำให้การประมาณค่าขาดความน่าเชื่อถือได้ ดังนั้น การประมาณค่าของข้อมูลสูญหายจึงมีความสำคัญมาก [2]

การทดลองแฟกทอเรียล (Factorial Experiment) เป็นวิธีการทดลองที่ศึกษาปัจจัยหลายปัจจัยได้ภายในการทดลองครั้งเดียว นอกจากนี้ยังสามารถให้ข้อมูลเกี่ยวกับอิทธิพลร่วม (Interaction Effect) ระหว่างปัจจัยเหล่านั้นอีกด้วย ซึ่งการทดลองแฟกทอเรียลมีทั้ง 2 ปัจจัย และ 3 ปัจจัย เป็นต้น ซึ่งอาจมีการทำซ้ำมากกว่า 1 ซ้ำก็ได้ แต่ในกรณีไม่มีการทำซ้ำ การวิเคราะห์การทดลองแฟกทอเรียล 2^k จะไม่สามารถประมาณค่าผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนได้ โดยส่วนใหญ่นิยมใช้ค่าผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุด (Highest Order Interaction) มาประมาณค่าผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อน [3] เพราะอิทธิพลร่วมอันดับที่สูงกว่านั้นมีความสำคัญน้อยกว่าอิทธิพลร่วมอันดับที่ต่ำกว่า และเมื่ออิทธิพลร่วมมีนัยสำคัญ จะส่งผลให้อิทธิพลของปัจจัยหลักนั้นมีนัยสำคัญอีกด้วย [4] การเกิดข้อมูลสูญหายในการทดลองดังกล่าวจะทำให้ไม่สามารถคำนวณค่าผลรวมกำลังสองและค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยต่าง ๆ ได้ จึงจำเป็นต้องประมาณค่าข้อมูลสูญหาย เพื่อให้มีข้อมูลครบถ้วน สามารถคำนวณค่าผลรวมกำลังสองและค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยได้

Draper and Stoneman [5] ได้เสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ในการทดลองแฟกทอเรียล 2^k และ 2^{k-p} กรณีไม่มีการทำซ้ำ ที่มีค่าสูญหาย 1 ค่า จากการหาผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุด โดยกำหนดให้คอนทราสท์ (Contrast) มีค่าเท่ากับศูนย์ แล้วแก้สมการเพื่อให้ได้ค่าข้อมูลสูญหายที่ต้องการ

Qumsiyeh and Kiechner [6] ได้เสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายสำหรับการทดลองแฟกทอเรียล 2^k และ 2^{k-p} กรณีไม่มีการทำซ้ำ ที่มีค่าสูญหาย 1 ค่า โดยการใช้ค่าสังเกตทั้งหมดที่มีทรีตเมนต์คอมบิเนชั่น k–1 ระดับของค่าข้อมูลที่สูญหาย มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยอย่างง่าย เพื่อใช้แทนค่าข้อมูลสูญหาย

งานวิจัยนี้ต้องการเสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^k กรณีไม่มีการทำซ้ำ ที่มีค่าสูญหาย 1 ค่า เพื่อให้สามารถคำนวณค่าผลรวมกำลังสองและค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยต่าง ๆ ได้

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การทดลอง (Experiment) คือ กระบวนการเก็บข้อมูลเพื่อการวิเคราะห์ โดยผู้ทำการทดลองสามารถควบคุม

ระบบการเก็บข้อมูลเชิงสุ่ม เช่น สามารถกำหนดกระบวนการจัดหน่วยทดลองเข้ารับทรีตเมนต์ต่าง ๆ ได้

การทดลองแฟกทอเรียล (Factorial Experiment) คือ การทดลองที่มีปัจจัยหลายปัจจัยที่ต้องการศึกษา โดยอาจเป็นปัจจัยเชิงปริมาณ เช่น ความเข้มข้นของสารละลาย หรือปัจจัยเชิงคุณภาพ เช่น ชนิดของปุ๋ย การทดลองชนิดนี้สามารถศึกษาอิทธิพลร่วม (Interaction) ระหว่างปัจจัยต่าง ๆ ได้นอกเหนือไปจากอิทธิพลหลักของแต่ละปัจจัย นิยมใช้ตัวอักษรตัวใหญ่ เช่น A แทน ปัจจัย และ $A_1, A_2, A_3,...$ แทน ระดับของปัจจัย [7]

2.1 การทดลองแฟกทอเรียล 2^k

ตัวแบบของการทดลองแฟกทอเรียล 2^k ประกอบด้วยพจน์ของค่าเฉลี่ย อิทธิพลหลัก k พจน์ อิทธิพลร่วม 2 ปัจจัย $\binom{k}{2}$ พจน์ อิทธิพลร่วม 3 ปัจจัย $\binom{k}{3}$ พจน์ ...จนถึงพจน์สุดท้าย 1 พจน์ ของอิทธิพลร่วม k ปัจจัย

ตัวแบบการทดลองแฟกทอเรียล 2^3 ที่มี 3 ปัจจัย คือ ปัจจัย A ปัจจัย B และปัจจัย C ซึ่งแต่ละปัจจัยมีอย่างละ 2 ระดับ ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ผังข้อมูลการทดลองแฟกทอเรียล 2^3 ที่ไม่มีซ้ำ

	B_1		B_2	
	C_1	C_2	C_1	C_2
A_1	y_{111}	y_{112}	y_{121}	y_{122}
A_2	y_{211}	y_{212}	y_{221}	y_{222}

ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของการทดลองแฟกทอเรียล 2^3 เป็นดังนี้

$$y_{ijk\ell} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijk\ell} \quad (1)$$

โดย $i = 1,2;\ j = 1,2;\ k = 1,2;\ \ell = 1$

เมื่อ y_{ijkl} คือ ค่าของข้อมูลจากหน่วยทดลองที่ ℓ ของปัจจัย A ระดับที่ i ปัจจัย B ระดับที่ j และปัจจัย C ระดับที่ k

μ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากร

α_i คือ อิทธิพลของปัจจัย A ระดับที่ i

β_j คือ อิทธิพลของปัจจัย B ระดับที่ j

$(\alpha\beta)_{ij}$ คือ อิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A ระดับที่ i และปัจจัย B ระดับที่ j

γ_k คือ อิทธิพลของปัจจัย C ระดับที่ k

$(\alpha\gamma)_{ij}$ คือ อิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A ระดับที่ i และปัจจัย C ระดับที่ k

$(\beta\gamma)_{ij}$ คือ อิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย B ระดับที่ i และปัจจัย C ระดับที่ k

$(\alpha\beta\gamma)_{ijk}$ คือ อิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A ระดับที่ i ปัจจัย B ระดับที่ j และปัจจัย C ระดับที่ k

$\varepsilon_{ijk\ell}$ คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่มของการทดลอง มีการแจกแจงปรกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

2.2 มาตรวัดที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของค่าประมาณดังนี้

1) ค่าประมาณของข้อมูลสูญหาย

2) ค่าผลรวมกำลังสองของปัจจัยต่าง ๆ

3) ค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยต่าง ๆ

พิจารณาจากเกณฑ์ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ (Relative Error: RE) โดยการหาค่าประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ค่าผลรวมกำลังสองและค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยจากวิธีต่าง ๆ แล้วนำมาเปรียบเทียบกับค่าของข้อมูลที่ได้จากการทดลองจริง หากพบว่าวิธีใดให้ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์น้อยกว่า แสดงว่าวิธีนั้นดีกว่า สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\mathrm{RE} = \left| \frac{y - \hat{y}}{y} \right| \times 100 \quad (2)$$

เมื่อ y คือ ค่าของข้อมูลที่ได้จากการทดลองจริง

$\hat{y}$ คือ ค่าประมาณข้อมูลสูญหาย

3. วิธีการดำเนินงาน

วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายจะเสนอ 2 วิธีดังนี้

3.1 วิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุด

วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายในวิธีนี้ มีขั้นตอนการประมาณค่าข้อมูลสูญหายดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เขียนสูตรผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดในพจน์ของค่าข้อมูลที่สูญหาย x

ขั้นตอนที่ 2 หาอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งเทียบกับข้อมูลที่สูญหายและเทียบผลของอนุพันธ์เท่ากับศูนย์เพื่อหาค่าข้อมูลที่สูญหาย นั่นคือ

$$\frac{\partial SSABC...}{\partial x}=0 \tag{3}$$

สำหรับการทดลองแฟกทอเรียล 2^3 ที่มีข้อมูลสูญหาย x ในตำแหน่ง y_{122}

$$\begin{aligned} SSABC = \; & x^2-\frac{(y_{121}+x)^2}{2}-\frac{(y_{112}+x)^2}{2} \\ & -\frac{(y_{222}+x)^2}{2}+\frac{(y'_{1..}+x)^2}{4}+\frac{(y'_{.2.}+x)^2}{4} \\ & +\frac{(y'_{..2}+x)^2}{4}-\frac{(y'_{...}+x)^2}{8} \end{aligned}$$

เมื่อ $y'_{i..}$ คือ ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดของปัจจัย A ระดับที่ i ยกเว้นข้อมูลสูญหาย

$y'_{.j.}$ คือ ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดของปัจจัย B ระดับที่ i ยกเว้นข้อมูลสูญหาย

$y'_{..k}$ คือ ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดของปัจจัย C ระดับที่ i ยกเว้นข้อมูลสูญหาย

$y'_{...}$ คือ ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด ยกเว้นข้อมูลสูญหาย

เมื่อหาอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง $\frac{\partial SSABC}{\partial x}=0$ และแก้สมการหาค่า x จะได้

$$x=y_{211}+y_{112}+y_{121}+y_{222}-y_{111}-y_{212}-y_{221}$$

วิธีการหาข้อมูลที่สูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^k ทำในลักษณะเช่นเดียวกันกับการประมาณค่าข้อมูลสูญหายโดยวิธีทำให้ผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุดของการทดลองแฟกทอเรียล 2^k สามารถเขียนออกมาเป็นรูปแบบ (Pattern) ได้ในทุกตำแหน่งของข้อมูลที่สูญหาย โดยในขั้นตอนแรกให้เขียนข้อมูลอยู่ในรูปตารางของปัจจัย A ไขว้ (Cross) กับปัจจัย B เป็นตาราง 2 ทาง หากการทดลองมีปัจจัย C เพิ่มอีกหนึ่งปัจจัย ให้เขียนปัจจัย C ซ้อนในปัจจัย B ดังตารางที่ 1 และหากมีปัจจัย D เพิ่มขึ้นอีกให้เขียนปัจจัย D ซ้อนในปัจจัย C เขียนในรูปแบบนี้ไปเรื่อยๆ ซึ่งจะได้ตาราง 2 ทาง ขนาด $2\times2^{k-1}$

1. การทดลองแฟกทอเรียล 2^2

รูปแบบ กรณีมีข้อมูลสูญหายในตำแหน่ง y_{il} (ค่าข้อมูลของปัจจัย A ระดับที่ i และปัจจัย B ระดับที่ j) ให้ใช้ผลรวมของค่าข้อมูลบนเส้นทแยงมุมที่ไม่มีข้อมูลสูญหาย ลบด้วยค่าข้อมูลตัวที่เหลืออยู่ เช่น มีข้อมูลสูญหายในตำแหน่ง y_{11} ค่าประมาณข้อมูลสูญหายเท่ากับ

$$x=y_{11}+y_{12}-y_{22} \tag{4}$$

ตารางที่ 2 ผังข้อมูลและรูปแบบในการประมาณค่าสูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^2

	B_1	B_2
A_1	y_{11}	y_{12}
A_2	y_{21}	y_{22}

2. การทดลองแฟกทอเรียล 2^3 และ 2^4

รูปแบบ ถ้าข้อมูลที่สูญหายอยู่ในตำแหน่งของเส้นทึบ (ประ) ให้ใช้ผลรวมของค่าข้อมูลบนเส้นประ (ทึบ) ลบด้วยผลรวมของค่าข้อมูลที่อยู่บนเส้นทึบ (ประ)

สำหรับการทดลองแฟกทอเรียล 2^3 ที่มี y_{122} สูญหาย ประมาณค่าข้อมูลสูญหายได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x=\; & (y_{211}+y_{112}+y_{121}+y_{222}) \\ & -(y_{111}+y_{212}+y_{221}) \end{aligned} \tag{5}$$

ตารางที่ 3 ผังข้อมูลและรูปแบบในการประมาณค่าสูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^3

	B_1		B_2	
	C_1	C_2	C_1	C_2
A_1	y_{111}	y_{112}	y_{121}	y_{122}
A_2	y_{211}	y_{212}	y_{221}	y_{222}

สำหรับการทดลองแฟกทอเรียล 2^4 ที่มี y_{2111} สูญหาย ประมาณค่าข้อมูลสูญหายได้ดังนี้

$$\begin{aligned} x = (&y_{1111} + y_{2112} + y_{2121} + y_{1122} \\ &+ y_{2211} + y_{1212} + y_{1221} + y_{2222}) \\ &- (y_{1112} + y_{1121} + y_{2122} + y_{1211} \\ &+ y_{2212} + y_{2221} + y_{1222}) \end{aligned} \quad (6)$$

ตารางที่ 4 ผังข้อมูลและรูปแบบในการประมาณค่าสูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^4

	B_1			
	C_1		C_2	
	D_1	D_2	D_1	D_2
A_1	y_{1111}	y_{1112}	y_{1121}	y_{1122}
A_2	y_{2111}	y_{2112}	y_{2121}	y_{2122}

ตารางที่ 4 ผังข้อมูลและรูปแบบในการประมาณค่าสูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^4 (ต่อ)

	B_2			
	C_1		C_2	
	D_1	D_2	D_1	D_2
A_1	y_{1211}	y_{1212}	y_{1221}	y_{1222}
A_2	y_{2211}	y_{2212}	y_{2221}	y_{2222}

3.2 วิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง

การประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงนั้น เป็นวิธีที่ใช้สัดส่วนการเปลี่ยนแปลงของค่าข้อมูลที่มีอยู่ เข้ามาช่วยในการนำไปสร้างตัวประมาณค่าสูญหายโดยมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 พิจารณาตำแหน่งข้อมูลที่สูญหายว่าอยู่ระดับใดของปัจจัยที่หนึ่งและที่ k ก่อน

ขั้นตอนที่ 2 หากพบว่าตำแหน่งที่สูญหายอยู่ที่ระดับต่ำ (สูง) ของปัจจัยที่หนึ่ง และระดับต่ำ (สูง) ของปัจจัยที่ k สัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงประมาณได้จากข้อมูลที่เหลือที่อยู่ในระดับเดียวกันของปัจจัยที่หนึ่งที่มีข้อมูลสูญหายมีค่าเท่ากับ

$$p = \frac{sum_{L(H)} - sum_{H(L)}}{sum_{H(L)}} \quad (7)$$

โดย $sum_{L(H)}$ เป็นผลบวกของข้อมูลทั้งหมดที่อยู่ในระดับต่ำ (สูง) ของปัจจัยที่ k และ $sum_{H(L)}$ เป็นผลบวกของข้อมูลทั้งหมดที่อยู่ในระดับสูง (ต่ำ) ของปัจจัยที่ k เมื่อกำหนดให้ปัจจัยที่หนึ่งอยู่ในระดับต่ำ (สูง)

ขั้นตอนที่ 3 ค่าประมาณข้อมูลสูญหายมีค่าเท่ากับผลคูณระหว่าง p กับค่าข้อมูลที่อยู่ในระดับสูง (ต่ำ) ของปัจจัยที่ k และอยู่ในระดับเดียวกันกับข้อมูลที่สูญหาย และบวกด้วยข้อมูลที่อยู่ในระดับสูง (ต่ำ) ของปัจจัยที่ k และปัจจัยที่หนึ่งอยู่ในระดับต่ำ (สูง)

ในกรณีการทดลองแบบแฟกทอเรียล 2^2 เนื่องจากไม่มีข้อมูลของการเปลี่ยนแปลงในระดับเดียวกันของปัจจัยที่มีข้อมูลสูญหาย การเทียบสัดส่วนจึงใช้การเปลี่ยนแปลงของอีกระดับหนึ่งของปัจจัยเดียวกัน เช่น มีข้อมูลสูญหาย x ในตำแหน่ง y_{11} ซึ่งปัจจัยที่หนึ่ง (A) อยู่ในระดับต่ำ จึงใช้การเปลี่ยนแปลงของปัจจัยที่หนึ่งที่อยู่ในระดับสูงมาประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ได้ดังนี้

จากสมการที่ (7) $sum_L = y_{21}$ และ $sum_H = y_{22}$

ดังนั้น $p = \frac{y_{21} - y_{22}}{y_{22}}$ จะได้

$$x = \left[\frac{y_{21} - y_{22}}{y_{22}} \times y_{12}\right] + y_{12} \quad (8)$$

ตัวอย่างเช่น การทดลองแบบแฟกทอเรียล 2^3 ที่มีข้อมูลสูญหาย x ในตำแหน่ง y_{122} ซึ่งปัจจัยที่หนึ่ง (A) อยู่ในระดับต่ำ และปัจจัยที่ k (C) อยู่ในระดับสูง

จากสมการที่ (7) $sum_H = y_{112}$ และ $sum_L = y_{11}$

ดังนั้น $p = \frac{y_{112} - y_{111}}{y_{111}}$ จะได้

$$x = \left[\frac{y_{112} - y_{111}}{y_{111}} \times y_{121}\right] + y_{121} \quad (9)$$

การทดลองแบบแฟกทอเรียล 2^4 ที่มีข้อมูลสูญหาย x ในตำแหน่ง y_{2111} ซึ่งปัจจัยที่หนึ่ง (A) อยู่ในระดับสูง และปัจจัยที่ k (D) อยู่ในระดับต่ำ

จากสมการที่ (7)

$$sum_L = y_{2121} + y_{2211} + y_{2221}$$
$$sum_H = y_{2122} + y_{2212} + y_{2222}$$
$$x = \left[\frac{sum_L - sum_H}{sum_H} \times y_{2112}\right] + y_{2112} \quad (10)$$

4. ตัวอย่างผลการวิเคราะห์

4.1 งานวิจัยนี้ได้ทำตัวอย่างข้อมูลการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4 ดังนี้

4.1.1 ข้อมูลการทดลองแฟกทอเรียล 2^2 ข้อ 6–8 ในหนังสือ [3] หน้า 278

ตารางที่ 5 ผังข้อมูลในการทดลองแฟกทอเรียล 2^2

	B_1	B_2
A_1	28.00	25.00
A_2	38.00	33.00

เมื่อ A คือ เวลาในการเจริญเติบโตของไวรัส (12 และ 18 ชั่วโมง)

B คือ อาหารเลี้ยงเชื้อ (1 และ 2)

y_{ij} คือ การเจริญเติบโตของแบคทีเรีย ของปัจจัย A ระดับที่ i และปัจจัย B ระดับที่ i

4.1.2 ข้อมูลการทดลองแฟกทอเรียล 2^3 จากหนังสือ [8] หน้า 308

ตารางที่ 6 ผังข้อมูลในการทดลองแฟกทอเรียล 2^3

	B_1		B_2	
	C_1	C_2	C_1	C_2
A_1	60.00	52.00	54.00	45.00
A_2	72.00	83.00	68.00	80.00

โดย A คือ อุณหภูมิ (160 และ 180°C)

B คือ ความตั้งใจ (20 และ 40 %)

C คือ ตัวเร่ง (1 และ 2)

y_{ijk} คือ ผลผลิตที่ได้จากปัจจัย A ระดับที่ i ปัจจัย B ระดับที่ j และปัจจัย C ระดับที่ k

4.1.3 ข้อมูลการทดลองแฟกทอเรียล 2^4 จากตัวอย่าง 6–5 ในหนังสือ [3] หน้า 265

ตารางที่ 7 ผังข้อมูลในการทดลองแฟกทอเรียล 2^4

	B_1			
	C_1		C_2	
	D_1	D_2	D_1	D_2
A_1	378.00	380.00	372.00	378.00
A_2	416.00	415.00	390.00	392.00

ตารางที่ 7 ผังข้อมูลในการทดลองแฟกทอเรียล 2^4 (ต่อ)

	B_2			
	C_1		C_2	
	D_1	D_2	D_1	D_2
A_1	381.00	371.00	385.00	376.00
A_2	448.00	446.00	430.00	429.00

เมื่อ A คือ อุณหภูมิ (1 และ 2)

B คือ เวลา (1 และ 2)

C คือ ความดัน (1 และ 2)

D คือ การไหลของก๊าซ (1 และ 2)

$y_{ijk\ell}$ คือ ความหนาของออกไซด์บนแผ่นเวเฟอร์ที่ได้รับปัจจัย A ระดับที่ i ปัจจัย B ระดับที่ j ปัจจัย C ระดับที่และ k และปัจจัย D ระดับที่ ℓ

4.2 การประมาณค่าข้อมูลสูญหาย

4.2.1 วิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุด

1. การทดลองแฟกทอเรียล 2^2 กำหนดข้อมูลสูญหายในตำแหน่ง y_{11} ค่าประมาณข้อมูลสูญหายจากสมการที่ (4) มีค่าเท่ากับ

$$\hat{y}_{11} = 38 + 25 - 33$$
$$= 30$$

2. การทดลองแฟกทอเรียล 2^3 กำหนดข้อมูลสูญหายในตำแหน่ง y_{122} ค่าประมาณข้อมูลสูญหายจากสมการที่ (5) มีค่าเท่ากับ

$$\hat{y}_{122} = (72+52+54+80) - (60+83+68) = 47$$

3. การทดลองแฟกทอเรียล 2^4 กำหนดข้อมูลสูญหายในตำแหน่ง y_{2111} ค่าประมาณข้อมูลสูญหายจากสมการที่ (6) มีค่าเท่ากับ

$$\hat{y}_{2111} = (378+415+390+378+448+371+385+429) - (380+372+392+381+446+430+376) = 417$$

4.2.2 วิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง

1. การทดลองแฟกทอเรียล 2^2 กำหนดข้อมูลสูญหายในตำแหน่ง y_{11} ค่าประมาณข้อมูลสูญหายจากสมการที่ (8) มีค่าเท่ากับ

$$\hat{y}_{11} = \left[\frac{(38-33)}{33}\times 25\right]+25 = 28.79$$

2. การทดลองแฟกทอเรียล 2^3 กำหนดข้อมูลสูญหายในตำแหน่ง y_{122} มีปัจจัยที่หนึ่ง (A) อยู่ในระดับสูงและปัจจัยที่ k (C) อยู่ในระดับต่ำ ค่าประมาณข้อมูลสูญหายจากสมการที่ (9) มีค่าเท่ากับ

$$\hat{y}_{122} = \left[\frac{52-60}{60}\times 54\right]+54 = 46.80$$

3. การทดลองแฟกทอเรียล 2^4 กำหนดข้อมูลสูญหายในตำแหน่ง y_{2111} มีปัจจัยที่หนึ่ง (A) อยู่ในระดับสูงและปัจจัยที่ k (D) อยู่ในระดับต่ำ ค่าประมาณข้อมูลสูญหายจากสมการที่ (10) มีค่าเท่ากับ

$$sum_L = 390+448+430 = 1268$$

$$sum_H = 392+446+429 = 1267$$

$$\hat{y}_{2111} = \left[\frac{1268-1267}{1267}\times 415\right]+415 = 415.33$$

คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของค่าประมาณข้อมูลสูญหาย เพื่อหาความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าจริงกับข้อมูลที่มีการสูญหาย ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 ค่าประมาณข้อมูลสูญหายและค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ในการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4

แฟกทอเรียล	ค่าของข้อมูลจริง	วิธีที่ 1		วิธีที่ 2	
		ค่าประมาณ	RE (%)	ค่าประมาณ	RE (%)
2^2	28.00	30.00	7.14	28.79	2.82
2^3	45.00	47.00	4.44	46.80	4.00
2^4	416.00	417.00	0.24	415.33	0.16

จากตารางที่ 8 พบว่า การทดลองแฟกทอเรียล 2^2 ค่าข้อมูลในตำแหน่ง y_{11} เท่ากับ 28.00 ซึ่งการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 30.00 มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เท่ากับ 7.14% ส่วนการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงมีค่าเท่ากับ 28.79 มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เท่ากับ 2.82%

การทดลองแฟกทอเรียล 2^3 ค่าข้อมูลในตำแหน่ง y_{122} เท่ากับ 45.00 ซึ่งการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 47.00 มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เท่ากับ 4.44% ส่วนการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงมีค่าเท่ากับ 46.80 มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เท่ากับ 4.00%

การทดลองแฟกทอเรียล 2^4 ค่าข้อมูลในตำแหน่ง y_{2111} เท่ากับ 416.00 ซึ่งการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 417.00 มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เท่ากับ 0.24% ส่วนการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีสัดส่วน

ของการเปลี่ยนแปลงมีค่าเท่ากับ 415.33 มีค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เท่ากับ 0.16%

ทำให้สรุปได้ว่า ทั้งการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4 การประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง ได้ค่าประมาณค่าข้อมูลสูญหายใกล้เคียงกับค่าจริงมากกว่าวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุด เพราะมีร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์น้อยกว่า

4.3 ค่าผลรวมกำลังสองและค่าประมาณอิทธิพล

เมื่อทำการประมาณค่าข้อมูลสูญหายแล้ว ค่าประมาณที่ได้อาจส่งผลกระทบต่อค่าผลรวมกำลังสองและค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัย จึงต้องพิจารณาค่าทั้ง 2 ค่า ดังนี้

4.3.1 ค่าผลรวมกำลังสองของปัจจัย

คำนวณค่าผลรวมกำลังสองของปัจจัยและหาค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของค่าผลรวมกำลังสองของปัจจัย เพื่อหาความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าผลรวมกำลังสองของข้อมูลจริงกับข้อมูลที่มีการสูญหาย ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 ค่าผลรวมกำลังสองของปัจจัยและค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ในการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4

แฟกทอเรียล	อิทธิพล	SS ข้อมูลจริง	มีข้อมูลสูญหาย			
			วิธีที่ 1		วิธีที่ 2	
			SS	RE (%)	SS	RE (%)
2^2	*A*	81.00	64.00	20.99	74.06	8.57
	B	16.00	25.00	56.25	19.31	20.69
	AB	1.00	0.00	100.00	0.37	63.00
2^3	*A*	1,058.00	1,012.50	4.30	1,017.01	3.87
	B	50.00	40.50	19.00	41.41	17.18
	AB	4.50	2.00	55.56	2.21	50.89
	C	4.50	8.00	77.78	7.61	69.11
	AC	200.00	180.50	9.75	182.41	8.80
	BC	0.00	0.50	-	0.41	-
	ABC	0.50	0.00	100.00	0.01	98.00

ตารางที่ 9 ค่าผลรวมกำลังสองของปัจจัยและค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ในการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4 (ต่อ)

แฟกทอเรียล	อิทธิพล	SS ข้อมูลจริง	มีข้อมูลสูญหาย			
			วิธีที่ 1		วิธีที่ 2	
			SS	RE (%)	SS	RE (%)
2^4	*A*	7439.06	7482.25	0.58	7410.09	0.39
	B	1314.06	1296.00	1.37	1326.28	0.93
	AB	1139.06	1122.25	1.48	1150.44	1.00
	C	430.56	441.00	2.42	423.61	1.61
	AC	451.56	462.25	2.37	444.45	1.57
	BC	60.06	64.00	6.56	57.49	4.28
	ABC	0.56	0.25	55.36	0.84	50.00
	D	10.56	12.25	16.00	9.5	10.04
	AD	5.06	4.00	20.95	5.85	15.61
	BD	60.06	56.25	6.34	62.7	4.40
	ABD	33.06	36.00	8.89	31.16	5.75
	CD	5.06	6.25	23.52	4.33	14.43
	ACD	0.06	0.00	100.00	0.17	183.33
	BCD	1.56	2.25	44.23	1.17	25.00
	ABCD	0.06	0.00	100.00	0.17	183.33

หมายเหตุ : -ไม่สามารถหาค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ได้

จากตารางที่ 9 พบว่า ทั้งการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4 การประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง ได้ค่าผลรวมกำลังสองของปัจจัยใกล้เคียงกับค่าของข้อมูลจริงมากกว่าวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุด เพราะมีร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์น้อยกว่า ยกเว้นในกรณีของ 2^4 ที่อิทธิพล *ACD* และ *ABCD* ของวิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง มีร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์มากกว่าวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุด

4.3.2 ค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัย

คำนวณค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยและหาค่า

ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของค่าประมาณอิทธิพล เพื่อหาความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าประมาณอิทธิพลของข้อมูลจริงกับข้อมูลที่มีการสูญหาย ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 ค่าประมาณอิทธิพลและค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ในการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4

แฟกทอเรียล	อิทธิพล	ค่าประมาณอิทธิพลข้อมูลจริง	มีข้อมูลสูญหาย			
			วิธีที่ 1		วิธีที่ 2	
			ค่าประมาณอิทธิพล	RE (%)	ค่าประมาณอิทธิพล	RE (%)
2^2	*A*	9.00	8.00	11.11	8.61	4.33
	B	–4.00	–5.00	25.00	–4.39	9.75
	AB	–1.00	0.00	100.00	–0.61	39.00
2^3	*A*	23.00	22.50	2.17	22.55	1.96
	B	–5.00	–4.50	10.00	–4.55	9.00
	AB	1.50	1.00	33.33	1.05	30.00
	C	1.50	2.00	33.33	1.95	30.00
	AC	10.00	9.50	5.00	9.55	4.50
	BC	0.00	0.50	-	0.45	-
	ABC	0.50	0.00	100.00	0.05	90.00
2^4	*A*	43.13	43.25	0.28	43.04	0.21
	B	18.13	18.00	0.72	18.21	0.44
	AB	16.88	16.75	0.77	16.96	0.47
	C	–10.38	–10.50	1.16	–10.29	0.87
	AC	–10.63	–10.75	1.13	–10.54	0.85
	BC	3.88	4.00	3.09	3.79	2.32
	ABC	–0.38	–0.25	34.21	–0.46	21.05
	D	–1.63	–1.75	7.36	–1.54	5.52
	AD	1.13	1.00	11.50	1.21	7.08
	BD	–3.88	–3.75	3.35	–3.96	2.06
	ABD	2.88	3.00	4.17	2.79	3.13
	CD	1.13	1.25	10.62	1.04	7.96
	ACD	–0.13	0.00	100.00	–0.21	61.54
	BCD	–0.63	–0.75	19.05	–0.54	14.29
	ABCD	0.13	0.00	100.00	0.21	61.54

หมายเหตุ : -ไม่สามารถหาค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ได้

จากตารางที่ 10 พบว่า ทั้งการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4 การประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง ได้ค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยใกล้เคียงกับค่าของข้อมูลที่จริงมากกว่าวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุด เพราะมีร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์น้อยกว่า

5. อภิปรายผลและสรุป

งานวิจัยนี้ได้เสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายสำหรับการทดลองแฟกทอเรียล 2^k กรณีที่ไม่มีการทำซ้ำที่มีค่าสูญหาย 1 ค่า สามารถประมาณได้ทุกตำแหน่งที่มีข้อมูลสูญหาย วิธีที่นำเสนอมี 2 วิธี คือ วิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุดและวิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง โดยได้เสนอรูปแบบการประมาณค่าข้อมูลสูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^k และให้ตัวอย่างการประมาณค่าข้อมูลสูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4

จากการพิจารณาค่าประมาณข้อมูลสูญหาย ค่าผลรวมกำลังสอง และค่าประมาณอิทธิพล พบว่า วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้งการทดลองแฟกทอเรียล 2^2, 2^3 และ 2^4 มีค่าประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ค่าผลรวมกำลังสองและค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยของวิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงใกล้เคียงกับค่าของข้อมูลจริงมากกว่าวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุดและวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุดจะใช้ได้ดีภายใต้ข้อกำหนดว่าอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดนั้นต้องไม่มีนัยสำคัญ

ทั้งนี้จากงานวิจัยนี้ พบว่า วิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุด มีวิธีการหาค่าประมาณข้อมูลสูญหายเป็นไปในรูปแบบเดียวกันกับการหาโดยกำหนดให้คอนทราสท์ (Contrast) มีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งเป็นวิธีของ Draper and Stoneman [5] ทำให้ค่าประมาณข้อมูลสูญหายที่ได้มีค่าเท่ากัน

วิธีของ Qumsiyeh and Kiechner [6] ได้เสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ในการทดลองแฟกทอเรียล

2^4 ซึ่งกำหนดให้มีข้อมูลสูญหายในตำแหน่งค่าสังเกตที่มีทรีตเมนต์คอมบิเนชัน *abc* นั่นคือ ตำแหน่ง y_{2221} แล้วนำค่าสังเกตที่มีทรีตเมนต์คอมบิเนชัน $ab(y_{2211})$, $ac(y_{2121})$, $bc(y_{1221})$ และ $abcd(y_{2222})$ มาหาค่าเฉลี่ยอย่างง่าย จากการใช้ข้อมูลจากตัวอย่าง 6–5 ในหนังสือ [3] มีค่าประมาณข้อมูลสูญหาย ดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 ค่าประมาณข้อมูลสูญหาย

ค่าของข้อมูลจริง	ค่าประมาณข้อมูลสูญหาย		
	วิธีที่ 1	วิธีที่ 2	วิธีของ Qumsiyeh and Kiechner
430.00	431.00	429.34	413.00

จากตารางที่ 11 พบว่า ค่าข้อมูลในกรณีที่ไม่มีข้อมูลสูญหาย มีค่าเท่ากับ 430.00 ซึ่งการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 431.00 วิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง มีค่าเท่ากับ 429.34 และวิธีของ Qumsiyeh and Kiechner มีค่าเท่ากับ 413.00 ทำให้สรุปได้ว่าการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำสุดและวิธีสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลง ได้ค่าประมาณข้อมูลสูญหายใกล้เคียงกับค่าของข้อมูลจริงมากกว่าวิธีของ Qumsiyeh and Kiechner

เอกสารอ้างอิง

[1] J. Jitthavech, *Design and Analysis of Experiment*, Bangkok: Thaipattana Raiwan Press Company Limited, 2009 (in Thai).

[2] P. Suwattatthee, *Sample Surveys: Sampling Design and Analysis*, Bangkok: WVO Office of Printing Mill The War Veterans Organization of Thailand Under Royal Patronage of His Majesty the King, 2009 (in Thai).

[3] D. Montgomery, *Design and Analysis of Experiments*,5th ed., John Wiley and Sons, 2001.

[4] C. F. Jeff Wu and M. Hamada, *Experiments: Planning Analysis and Parameter Design Optimization*, John Wiley and Sons, 2000.

[5] N. Draper and D. Stoneman, "Estimating missing values in un-replicated two-leval factorial and fractional designs," *Journal of Biometrics*, vol. 20, no. 3, pp. 443–458, 1964.

[6] M. Qumsiyeh and K. Kiechner, "Estimation methods for missing data in un-replicated 2^k factorial and 2^{k-p} fractional factorial designs," *Journal of Statistics: Advances in Theory and Applications*, vol. 5, no. 2, pp. 131–147, 2011.

[7] Science Division, *Dictionary of Statistics*, Bangkok: Office of the Royal Society, 2015 (in Thai).

[8] G. Box, W. Hunter and J. Hunter, *Statistics for Experiments*, John Wiley and Sons, 1978.