



## การหาค่าความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียลไร้พารามิเตอร์แบบเครื่องหมายโดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ

ณัฐพร ทองรอง

นักศึกษา ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เสาวณิต สุขภารังษี\* และ ยุกาภรณ์ อารีพงษ์

รองศาสตราจารย์ ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

\* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 0-2555-2000 ต่อ 4921 อีเมล: saowanit.s@sci.kmutnb.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2016.02.006

รับเมื่อ 20 พฤศจิกายน 2558 ตอบรับเมื่อ 29 กุมภาพันธ์ 2559 เผยแพร่ออนไลน์ 15 กันยายน 2559

© 2016 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

### บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอสูตรการประมาณค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียลไร้พารามิเตอร์แบบเครื่องหมาย (Nonparametric EWMA Sign Control Chart: Non-EWMA Sign) ด้วยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ (Markov Chain Approach: MCA) เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยในกระบวนการ และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธี MCA กับวิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation: MC) พบว่าค่า ARL จากวิธี MCA ให้ค่า ARL ใกล้เคียงกับค่า ARL จากวิธี MC โดยใช้เวลาในการประมวลผลน้อยกว่าวิธี MC

**คำสำคัญ:** แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียลไร้พารามิเตอร์แบบเครื่องหมาย ความยาววิ่งเฉลี่ยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ วิธีการจำลองมอนติคาร์โล

การอ้างอิงบทความ: ณัฐพร ทองรอง เสาวณิต สุขภารังษี และ ยุกาภรณ์ อารีพงษ์, “การหาค่าความยาววิ่งเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียลไร้พารามิเตอร์แบบเครื่องหมายโดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ,” วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, ปีที่ 26, ฉบับที่ 3, หน้า 487-497, ก.ย.-ธ.ค. 2559



## Evaluation of Average Run Length of Nonparametric EWMA Sign Control Chart by Markov Chain Approach

**Nattapron Thongrong**

*Student, Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok, Thailand*

**Saowanit Sukparungsee\* and Yupaporn Areepong**

*Associate Professor, Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok, Thailand*

\* Corresponding Author, Tel. 0-2555-2000 Ext. 4921, E-mail: saowanit.s@sci.kmutnb.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2016.02.006

Received 20 November 2015; Accepted 29 February 2016; Published online: 15 September 2016

© 2016 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

### Abstract

The objective of this research is to propose the approximation formulas for the Average Run Length (ARL) of Nonparametric Exponentially Weighted Moving Average Sign (EMWA Sign) control chart by using Markov Chain Approach (MCA) in order to detect a change in the mean process. The performance of numerical results obtained from the proposed closed-form formulas are in good agreement with the results obtained from the Monte Carlo simulation, however, the simulations are very time consuming.

**Keywords:** Nonparametric EWMA Sign Control Chart, Average Run Length, Markov Chain Approach, Monte Carlo Simulation

## 1. บทนำ

เนื่องจากผู้คนมีความต้องการสินค้ามากขึ้น การผลิตในโรงงานอุตสาหกรรมจึงมีการแข่งขันเพิ่มมากขึ้น แผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือที่ควบคุมการผลิตที่สำคัญ ลักษณะของแผนภูมิควบคุมเป็นสิ่งที่ต้องการควบคุมเทียบกับเวลา โดยการนำแผนภูมิควบคุมมาใช้ควบคุมกระบวนการการผลิตเพื่อให้ทราบว่า ณ เวลาใดที่มีปัญหาด้านคุณภาพเพื่อแก้ไขปรับปรุงให้กลับสู่สภาพปกติ แผนภูมิควบคุมถูกนำเสนอครั้งแรกโดย Shewhart [1] ในปี ค.ศ. 1924 ซึ่งแผนภูมิควบคุม แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ แผนภูมิควบคุมเชิงปริมาณ (Control Charts for Variables) ได้แก่ แผนภูมิควบคุมตัวแปรเชิงเดี่ยว (X Chart or Individual Chart) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$  Chart) แผนภูมิควบคุมค่าพิสัย (R Chart) และแผนภูมิควบคุมเชิงคุณภาพ (Control Charts for Attributes) ได้แก่ แผนภูมิควบคุมสัดส่วนเสีย (p Chart) แผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย (np Chart) และแผนภูมิควบคุมจำนวนข้อบกพร่อง (C Chart) เป็นต้น

โดยที่แผนภูมิควบคุมชิวฮาร์ท (Shewhart Control Chart) นั้นมีข้อตกลงเบื้องต้น (Assumption) คือ กระบวนการต้องมีการแจกแจงแบบปกติและเป็นอิสระต่อกัน ถ้าในความเป็นจริงข้อมูลไม่มีคุณสมบัติดังกล่าว แผนภูมิควบคุมชิวฮาร์ทไม่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดี ดังนั้นจึงมีผู้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponentially Weighted Moving Average Control Chart: EWMA) เสนอโดย Roberts [2] ในปี ค.ศ. 1959 และแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (Cumulative Sum Control Chart: CUSUM Chart) เสนอโดย Page [3] ในปี ค.ศ. 1954 เป็นทางเลือกที่ดีกว่าแผนภูมิควบคุมชิวฮาร์ทในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กๆ

ปัจจุบันแผนภูมิควบคุมที่ใช้ค่าพารามิเตอร์ นิยมใช้ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย หรือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการโดยทั่วไปอาจเรียกว่าแผนภูมิควบคุมแบบใช้พารามิเตอร์ (Parametric

Control Chart) โดยข้อเสียของการใช้แผนภูมิแบบใช้ค่าพารามิเตอร์นั้นข้อมูลส่วนใหญ่ถูกตั้งสมมติฐานว่าตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรเป็นการแจกแจงแบบปกติ หรือการแจกแจงที่ทราบรูปแบบของการแจกแจง และความแปรปรวนคงที่ แต่ในทางปฏิบัติข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาได้ในกระบวนการผลิตอาจไม่ทราบการแจกแจงของประชากร หรือทราบการแจกแจงแต่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ดังนั้นการนำสถิติเสมือนไม่ใช่พารามิเตอร์มาประยุกต์ใช้เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวกับแผนภูมิควบคุม เรียกว่าแผนภูมิควบคุมแบบไม่ใช่พารามิเตอร์ หรือแผนภูมิควบคุมแบบไร้พารามิเตอร์ (Nonparametric Control Chart)

ในงานวิจัยครั้งนี้ได้เสนอสูตรการประมาณค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) โดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ (Markov Chain Approach: MCA) สำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียลไร้พารามิเตอร์แบบเครื่องหมาย (Nonparametric EWMA Sign Control Chart: EWMA Sign) เสนอโดย Yang, et al. [4] ในปี ค.ศ. 2011 เพื่อเป็นแผนภูมิควบคุมตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยในกระบวนการกรณีที่มีข้อมูลไม่ทราบการแจกแจงหรือข้อมูลมีการแจกแจงเป็นแบบใดก็ได้

ในการวิจัยนี้อาศัยทฤษฎีที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้ สถิติแบบใช้พารามิเตอร์และสถิติแบบเสมือนไม่ใช่พารามิเตอร์ กับแผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA Sign โดยมีรายละเอียดดังนี้

### 1.1 สถิติแบบใช้พารามิเตอร์และสถิติแบบไร้พารามิเตอร์

โดยทั่วไปสถิติที่ใช้ในงานวิจัยมีอยู่ 2 ลักษณะคือ สถิติแบบใช้พารามิเตอร์ (Parametric Statistics) เป็นสถิติที่มีข้อสมมติฐานว่าตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่ทราบรูปแบบการแจกแจง หากข้อสมมติฐานดังกล่าวไม่เป็นจริง สถิติแบบไร้พารามิเตอร์ (Nonparametric Statistics) เสนอโดย Wolfowitz [5] ในปี ค.ศ. 1943 สถิติประเภทนี้ บางครั้งเรียกว่าสถิติการแจกแจงอิสระ (Distribution-Free

Statistics) จึงถูกมาใช้ในการแก้ไขปัญหาดังกล่าว ซึ่งจะไม่คำนึงถึงลักษณะการแจกแจงของประชากรว่าจะมีลักษณะอย่างไร และเป็นสถิติที่ไม่ได้เกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากร

## 1.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponentially Weighted Moving Average Control Chart: EWMA)

แผนภูมิควบคุม EWMA ถูกเสนอโดย Roberts [2] ในปี ค.ศ.1959 เป็นแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยที่ถูกเก็บมาตามลำดับเวลาและให้น้ำหนักกับค่าสังเกตปัจจุบันมากกว่าค่าสังเกตในอดีตสร้างขึ้นเพื่อเป็นแผนภูมิตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กหรือขนาดน้อยกว่า 1.5 หรือต่ำกว่านั้น [6] ตัวสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA ( $Z_t$ ) สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$Z_t = \lambda X_t + (1-\lambda) Z_{t-1}, t = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

เมื่อ  $Z_t$  คือ ตัวสถิติ EWMA ณ เวลา  $t$

$X_t$  คือ ค่าสังเกตของกระบวนการ ณ เวลา  $t$

$\lambda$  คือ ค่าถ่วงน้ำหนักของค่าสังเกตในอดีต มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ) โดยที่  $\lambda = 1$  แผนภูมิควบคุม EWMA คือ แผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ท

และกำหนดให้  $Z_0 = \mu_0$  คือ ค่าสังเกตเริ่มต้นของกระบวนการเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

ค่าเฉลี่ยของ  $Z_t$  คือ  $E(Z_t) = \mu_x$

ค่าความแปรปรวนของ  $Z_t$  คือ

$$\text{Var}(Z_t) = \sigma_x^2 \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1-\lambda)^{2t}]$$

ขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม EWMA คือ ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (LCL)

$$\text{UCL} = \mu_x + L\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2t}]} = h_U$$

$$\text{LCL} = \mu_x - L\sigma_x \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2t}]} = h_L$$

$\mu_x$  คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตของกระบวนการ

$\sigma_x$  คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

$L$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA

## 1.3 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียลไร้พารามิเตอร์แบบเครื่องหมาย (Nonparametric EWMA Sign Control Chart: EWMA Sign)

แผนภูมิควบคุม EWMA Sign เสนอโดย Yang, *et al.* [4] ในปี ค.ศ. 2011 เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงในกระบวนการโดยมีการกำหนดขั้นตอนการหาตัวสถิติ EWMA Sign ดังนี้

$$Y_t = X_t - T$$

$Y_t$  คือ ค่าคลาดเคลื่อนจากเป้าหมายของกระบวนการ

$X_t$  คือ ค่าสังเกตของกระบวนการ ณ เวลา  $t$

$T$  คือ ค่าเป้าหมาย หรือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

$$\text{กำหนดให้ } M = \sum_{t=1}^n I_t$$

$$\text{และ } I_t = \begin{cases} 1, & Y_t > 0 \\ 0, & Y_t \leq 0 \end{cases} \text{ โดยที่ } t = 1, 2, \dots, n$$

แผนภูมิควบคุม EWMA Sign ถูกสร้างขึ้นเพื่อเป็นแผนภูมิที่ใช้ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงในกระบวนการเพื่อหาค่า ARL โดยการสร้างแผนภูมิควบคุม EWMA Sign มีค่าสถิติของ EWMA Sign

$$\text{EWMA}_{M_t} = \lambda M_t + (1-\lambda) \text{EWMA}_{M_{t-1}} \quad (2)$$

โดยที่



$EWMA_{M_t}$  คือ ตัวสถิติ EWMA Sign ณ เวลา  $t$  โดยที่ กำหนดค่าเริ่มต้น  $EWMA_{M_0} = \frac{n}{2}$

$\lambda$  คือ ตัวถ่วงน้ำหนักของค่าสังเกตในอดีต มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1

$M_t$  คือ ผลรวมของค่า

ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของตัวสถิติ  $EWMA_M$  คือ  $E(EWMA_M) = \frac{n}{2}$

$$\text{และ } \text{Var}(EWMA_M) = \frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2t}] \left(\frac{n}{4}\right)$$

ดังนั้นขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมคือ

$$UCL_{EWMA_M} = \frac{n}{2} + k \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2t}] \left(\frac{n}{4}\right)}$$

$$LCL_{EWMA_M} = \frac{n}{2} - k \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2t}] \left(\frac{n}{4}\right)}$$

เมื่อ  $k$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิ EWMA Sign

## 2. วิธีการวิจัย

### 2.1 การประมาณค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) สำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA Sign

ความยาววิ่งเฉลี่ย (ARL) คือ จำนวนค่าสังเกตเฉลี่ยที่ต้องใช้ในการตรวจสอบจนกระทั่งพบการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกเพื่อใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยในกระบวนการ ค่า ARL แบ่งการพิจารณาเป็น 2 กรณี คือ ค่า  $ARL_0$  ใช้พิจารณาเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (In-control process) (ค่า  $ARL_0$  ควรมีค่ามาก) และ  $ARL_1$  ใช้พิจารณาเมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม (Out-of-control process) (ค่า  $ARL_1$  ควรมีค่าน้อย)

โดยการประมาณค่า ARL นั้นหากไม่ทราบสูตรสำเร็จหรือสูตรการประมาณค่านิยมใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โล เนื่องจากเป็นวิธีที่เข้าใจง่ายและสามารถใช้เพื่อเปรียบเทียบ

ความถูกต้องกับวิธีการประมาณค่าด้วยวิธีอื่นๆ แต่มีข้อเสียคือใช้เวลาในการประมวลผลมากกว่าวิธีอื่นๆ ดังนั้น Lucas และ Saccucci [7] จึงนำเสนอวิธีลูกโซ่มาร์คอฟเพื่อประมาณค่า ARL สำหรับแผนภูมิ EWMA พบว่าผลที่ได้ให้ค่า ARL ใกล้เคียงกับวิธีการจำลองมอนติคาร์โล แต่ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยกว่ามาก [8] มีรายละเอียดดังนี้

### 2.2 การประมาณค่า ARL ด้วยวิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulations: MC)

วิธีการนี้เกิดขึ้นจากสร้างโปรแกรมเพื่อจำลองการหาค่า ARL สามารถหาค่าได้ดังนี้

$$ARL = \frac{\sum_{t=1}^N RL_t}{N}$$

และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) สามารถหาค่าได้ดังนี้  $CPU\ Times = \sum_{t=1}^N T_t$

เมื่อ  $RL_t$  คือ จำนวนค่าสังเกตที่ใช้ตรวจสอบจนกระทั่งพบค่าสังเกตออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นค่าแรกในการจำลองค่าสังเกตรอบที่  $t$

$N$  คือ จำนวนครั้งของการจำลองในแต่ละสถานการณ์ ในที่นี้กำหนดให้  $N = 1,000,000$  รอบ

$T_t$  คือ เวลาที่ใช้ในการประมาณค่า ARL จากการจำลองค่าสังเกตรอบที่

### 2.3 การประมาณค่า ARL ด้วยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ (Markov Chain Approach: MCA)

จากข้อจำกัดของวิธี MC ในเรื่องของเวลาในการประมวลผลเพื่อหาค่า ARL ดังนั้นในปี ค.ศ. 1990 Lucas และ Saccucci [7] จึงเสนอการประมาณค่า ARL ด้วยวิธี MCA

โดยกำหนดจำนวนสถานะ  $x_j$  โดยที่  $j = 1, 2, 3, \dots, n, n+1$  เป็นการเปลี่ยนแปลงจากสถานะหนึ่งไปยังอีกสถานะหนึ่ง

เมื่อกำหนด  $x_j$  โดยที่  $j = 1, 2, 3, \dots, n$  เป็นสถานะที่อยู่ภายใต้การควบคุมและเมื่อ  $j = n+1$  เป็นสถานะที่ไม่อยู่ภายใต้การควบคุม

โดยสมการความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจากสถานะ  $i$  ไปเป็นสถานะ  $j$  ของค่าสถานะ  $x_j$  เป็นดังนี้

$$P_{ij} = P(M_{i+1} = x_j | M_i = x_i)$$

สามารถเขียนแทนด้วยเมทริกซ์ความน่าจะเป็น  $\mathbf{P}$  โดยมีสมาชิกของเมทริกซ์เป็น  $P_{ij}$  ดังสมการต่อไปนี้

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{ij} \\ \vdots \\ P_{(n+1)(n+1)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} P_{11} & \dots & P_{1n} & | & P_{1,n+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots \\ P_{ni} & \dots & P_{nn} & | & P_{n,n+1} \\ \hline 0 & \dots & 0 & | & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} P_{11} & \dots & P_{1(n+1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{(n+1)1} & \dots & P_{(n+1)(n+1)} \end{bmatrix}$$

โดยสมการที่ (3) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการที่ (4) ได้ดังนี้

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & (\mathbf{I} - \mathbf{R})\mathbf{1}' \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}_{(n+1)(n+1)} \quad (4)$$

$\mathbf{R}$  คือ เมทริกซ์ย่อยมีสมาชิก  $P_{ij}$  สถานะ  $1, 2, 3, \dots, n$  ขนาด  $n \times n$

$\mathbf{I}$  คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) ขนาด  $n \times n$

$\mathbf{0}$  คือ เวกเตอร์ศูนย์ ขนาด  $1 \times n$

$\mathbf{1}$  คือ สเกลาร์ที่มีค่าเท่ากับ 1

กำหนดเมทริกซ์ความน่าจะเป็นสถานะที่ ในการประมาณค่า ARL เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงจากสถานะหนึ่งไปยังอีกสถานะหนึ่ง ในลำดับที่  $k$  ดังสมการ

$$\mathbf{P}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^k & (\mathbf{I} - \mathbf{R}^k)\mathbf{1}' \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

โดยที่  $(\mathbf{I} - \mathbf{R}^k)\mathbf{1}'$  เป็นเวกเตอร์ความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะที่  $i < n+1$  ถึงสถานะที่  $n+1$  ในลำดับที่  $k$  ได้รูปแบบค่า ARL ดังนี้

$$ARL = \sum_{i=1}^{\infty} kP(RL = k) \quad (5)$$

เมื่อแทนค่า  $P(RL = k) = \mathbf{P}'(\mathbf{R}^{k-1} - \mathbf{R}^k)\mathbf{1}'$  ลงในสมการที่ (5) จะได้สมการในการประมาณค่า ARL ด้วยวิธี MCA

$$ARL(k) = \sum_{i=1}^{\infty} k\mathbf{P}'(\mathbf{R}^{k-1} - \mathbf{R}^k)\mathbf{1}'$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{P}'\mathbf{R}^{k-1}\mathbf{1}'$$

$$= \mathbf{P}'(\mathbf{I} - \mathbf{R}^k)^{-1}\mathbf{1}' \quad (6)$$

เมื่อ  $\mathbf{P}'$  คือ เวกเตอร์ความน่าจะเป็นเริ่มต้น โดย  $\mathbf{P}'$  มีค่าเป็น 1 และ 0

กำหนดให้ในแต่ละช่วงย่อยที่  $j$  มีค่าขีดจำกัดบน ( $U_j$ ) จุดกึ่งกลางช่วงย่อยที่  $i$  ( $m_i$ ) และขีดจำกัดล่าง ( $L_j$ ) เป็นดังสมการต่อไปนี้

$$U_j = h_L + \frac{j(h_U - h_L)}{n}$$

$$m_i = h_L + \frac{(2i-1)(h_U - h_L)}{2n}$$

$$L_j = h_L - \frac{(j-1)(h_U - h_L)}{n}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนจากสถานะ  $i$  เป็นสถานะ  $j$  สามารถเขียนในรูปขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิ EWMA Sign ดังสมการต่อไปนี้

$$P_{ij} = P(L_j < Z_i < U_j | Z_{i-1} = EWMA_{M_{i-1}}) \quad (7)$$



โดยนำ  $Z_t = EWMA_{M_t} = \lambda M_t + (1-\lambda)EWMA_{M_{t-1}}$

แทนในสมการที่ (7) จะได้

$$P_{ij} = P(L_j < \lambda M_t + (1-\lambda)EWMA_{M_{t-1}} < U_j) \quad (8)$$

และแทนค่า  $EWMA_{M_{t-1}} = h_L + \frac{(2i-1)(h_U - h_L)}{2n}$  ลงในสมการที่ (8) ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} P_{ij} &= P\left( h_L + \frac{(j-1)(h_U - h_L)}{n} < \lambda M_t + (1-\lambda)h_L \right. \\ &\quad \left. + \frac{(2i-1)(h_U - h_L)}{2n} < h_L + \frac{j(h_U - h_L)}{n} \right) \\ &= P\left( h_L + \frac{(j-1)(h_U - h_L)}{n} - (1-\lambda)h_L + \frac{(2i-1)(h_U - h_L)}{2n} \right. \\ &\quad \left. < \lambda M_t < h_L + \frac{j(h_U - h_L)}{n} - (1-\lambda)h_L + \frac{(2i-1)(h_U - h_L)}{2n} \right) \\ &= P\left( h_L + \frac{2(j-1)(h_U - h_L)}{2n\lambda} - (1-\lambda)h_L + \frac{(2i-1)(h_U - h_L)}{2n\lambda} \right. \\ &\quad \left. < M_t < h_L + \frac{2j(h_U - h_L)}{2n\lambda} - (1-\lambda)h_L + \frac{(2i-1)(h_U - h_L)}{2n\lambda} \right) \\ &= P\left( \left( h_L + \frac{(h_U - h_L)}{2n\lambda} (2(j-1) - (1-\lambda)(2i-1)) \right) \right. \\ &\quad \left. < M_t < \left( h_L + \frac{(h_U - h_L)}{2n\lambda} (2j - (1-\lambda)(2i-1)) \right) \right) \end{aligned}$$

โดย  $P_{ij}$  เป็นความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะ  $i$  ไปเป็นสถานะ  $j$  เพื่อหาค่าเมทริกซ์  $R$  และค่า ARL ด้วยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ (MCA)

### 3. ผลการทดลอง

งานวิจัยนี้ได้เสนอสูตรการประมาณค่าของแผนภูมิควบคุม EWMA Sign โดยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ (MCA) โดยมีสูตรการประมาณค่าความยาววิ่งเฉลี่ยดังนี้

$$ARL(k) = P'(I - R^k)^{-1}1'$$

โดยงานวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม EWMA Sign ถูกวัดจากค่า ARL ซึ่งหา

ได้จากวิธี MC และวิธี MCA โดยการกำหนดค่า และการประมาณค่า  $ARL_0$  เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม และการประมาณค่า  $ARL_1$  เมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุมดังต่อไปนี้

**ตารางที่ 1** ค่าคงที่  $k$  สำหรับแต่ละคู่ของค่า  $(n, \lambda)$  เมื่อกำหนดค่า  $ARL_0 = 500$

$n \backslash \lambda$	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
9	1.977	2.604	2.804	2.883	2.920	2.950
10	1.974	2.614	2.795	2.892	2.929	2.954
11	1.974	2.609	2.802	2.887	2.931	2.964
12	1.974	2.612	2.801	2.894	2.935	2.960
13	1.975	2.612	2.807	2.888	2.938	2.969
14	1.974	2.612	2.805	2.893	2.941	2.968
15	1.973	2.613	2.808	2.890	2.944	2.973
16	1.977	2.614	2.807	2.895	2.938	2.976
17	1.974	2.615	2.807	2.898	2.945	2.973
18	1.975	2.613	2.810	2.897	2.946	2.974
19	1.974	2.613	2.807	2.897	2.947	2.978
20	1.978	2.613	2.810	2.898	2.943	2.979
21	1.973	2.615	2.805	2.899	2.946	2.977
22	1.974	2.612	2.809	2.896	2.948	2.980
23	1.973	2.615	2.802	2.899	2.947	2.980
24	1.974	2.612	2.811	2.894	2.945	2.983
25	1.973	2.613	2.812	2.899	2.947	2.982
50	1.975	2.615	2.812	2.902	2.955	2.989
100	1.974	2.615	2.813	2.906	2.960	2.994

**ตารางที่ 2** ค่าคงที่  $k$  สำหรับแต่ละคู่ของค่า  $(n, \lambda)$  เมื่อกำหนดค่า  $ARL_0 = 1000$

$n \backslash \lambda$	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
9	2.313	2.873	3.040	3.105	3.132	3.157
10	2.312	2.877	3.042	3.113	3.142	3.157
11	2.310	2.882	3.040	3.109	3.141	3.170
12	2.312	2.878	3.044	3.115	3.152	3.166
13	2.311	2.880	3.043	3.114	3.159	3.174
14	2.313	2.880	3.048	3.121	3.156	3.177
15	2.312	2.882	3.047	3.121	3.159	3.179
16	2.312	2.878	3.051	3.120	3.159	3.185
17	2.311	2.880	3.047	3.121	3.161	3.177
18	2.313	2.878	3.049	3.122	3.163	3.188
19	2.307	2.884	3.047	3.126	3.165	3.187
20	2.311	2.877	3.050	3.122	3.165	3.187
21	2.312	2.882	3.051	3.128	3.166	3.192
22	2.312	2.880	3.052	3.125	3.167	3.191
23	2.312	2.882	3.052	3.128	3.166	3.193
24	2.312	2.881	3.053	3.128	3.168	3.191
25	2.312	2.883	3.054	3.127	3.169	3.195
50	2.312	2.882	3.056	3.137	3.179	3.205
100	2.312	2.884	3.058	3.137	3.183	3.211



จากตารางที่ 1 และ 2 แสดงค่า  $k$  สำหรับแต่ละคู่ของค่า  $(n, \lambda)$  เมื่อกำหนด  $ARL_0 = 500$  และ  $1000$  ตามลำดับจากวิธี MCA โดยค่าที่ได้จะเพิ่มขึ้นตามค่า  $n$  และค่า  $ARL_0$  และเมื่อแตกต่างกันค่าที่ได้จะไม่แตกต่างกันภายใต้  $ARL_0$  ที่เท่ากัน

ตารางที่ 3 ค่า  $ARL_0 = 500$  ในแต่ละ  $n$  และ  $\lambda$  ที่ได้จากตารางที่ 1

$n \backslash \lambda$	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
9	499.108	502.158	500.830	499.722	497.504	503.502
10	499.198	500.798	499.384	499.131	501.628	503.076
11	499.356	500.946	502.262	501.133	498.301	503.480
12	500.041	502.126	500.977	499.692	498.397	498.697
13	500.175	500.143	500.082	500.865	499.696	501.751
14	499.983	500.769	499.145	500.476	500.761	509.683
15	500.007	500.169	500.967	500.090	502.055	506.407
16	499.171	500.132	501.823	499.775	501.094	505.886
17	499.700	500.875	500.801	501.182	501.643	493.777
18	501.388	502.206	502.636	499.578	493.912	498.952
19	500.170	500.198	501.804	500.668	501.461	502.028
20	499.599	501.722	500.101	500.990	501.201	506.079
21	500.572	501.252	500.489	499.815	501.747	506.274
22	499.412	500.917	499.113	499.766	501.448	500.682
23	500.407	500.915	500.139	500.412	500.539	500.690
24	499.673	500.369	500.120	500.046	500.592	501.420
25	499.688	500.443	500.887	499.948	500.100	501.102
50	500.385	500.281	500.440	500.229	499.988	500.085
100	500.148	500.147	500.544	500.379	499.074	500.662

ตารางที่ 4 ค่า  $ARL_0 = 1000$  ในแต่ละ  $n$  และ  $\lambda$  ที่ได้จากตารางที่ 2

$n \backslash \lambda$	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
9	1000.760	999.484	1000.600	999.977	996.404	998.015
10	1001.960	999.956	1000.310	1000.330	998.591	999.840
11	1000.080	1001.570	999.616	1005.660	1003.000	1006.730
12	1000.660	1000.630	1001.260	999.467	1002.120	1006.510
13	1001.240	1000.440	998.600	1005.010	1002.020	994.701
14	1001.800	1001.490	1000.360	1005.940	998.593	1001.630
15	1000.300	1001.680	995.682	998.804	1000.950	1001.220
16	1000.480	1001.090	1000.180	1000.900	997.730	999.760
17	1000.470	1001.400	1000.470	1000.920	1001.580	1002.290
18	1001.090	999.584	999.940	1001.700	1001.350	1004.980
19	1000.620	998.697	999.072	1004.950	1001.070	996.500
20	1001.880	1000.240	998.097	1001.760	1009.090	1005.380
21	1001.380	1000.340	1001.500	1000.930	999.053	1005.150
22	1000.530	999.030	1001.480	1000.600	1007.040	998.289
23	1001.650	998.687	1002.550	1003.520	1001.430	1000.440
24	1001.370	1002.030	1000.830	999.844	1001.250	1001.190
25	1000.480	999.996	1001.710	999.373	1000.270	1002.690
50	1001.280	1002.250	1001.710	1001.490	1001.590	999.383
100	1000.660	1000.570	1001.970	1000.120	999.213	999.151

จากตารางที่ 3 และ 4 แสดงค่า  $ARL_0$  ที่ได้จากสูตรการประมาณค่าจากสมการที่ (6) โดยใช้คู่  $(n, \lambda)$  และ  $k$  จากตารางที่ 1 และ 2 สำหรับค่า  $ARL_0 = 500$  และ  $1000$  ตามลำดับ จากผลของสูตรการประมาณค่าให้ค่า  $ARL_0$  ที่ได้จากวิธี MCA ใกล้เคียงกับค่า  $ARL_0$  ที่กำหนดไว้

ตารางที่ 5 เปรียบเทียบค่า  $ARL_0 = 500$  และเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิ EWMA Sign ที่คำนวณด้วยวิธี MCA และ MC เมื่อ  $\lambda = 0.01$  และ  $p = 0.5$

n	MCA		MC			Relative error (%)
	$ARL_0$	Time	$ARL_0$	$\pm SD$	Time	
9	499.108	7.784	503.389	0.4630	5060.280	0.0086
10	499.198	7.925	500.164	0.4592	5026.660	0.0019
11	499.356	8.033	500.164	0.4592	5054.840	0.0016
12	500.041	8.330	500.186	0.4588	5145.220	0.0003
13	500.175	8.268	500.747	0.4607	5146.320	0.0011
14	499.983	8.190	501.068	0.4609	5174.430	0.0022
15	500.007	8.534	499.369	0.4589	5327.570	0.0013
16	499.171	8.486	503.338	0.4623	5371.880	0.0083
17	499.700	8.331	500.639	0.4598	5331.330	0.0019
18	501.388	8.393	499.918	0.4590	5330.680	0.0029
19	500.170	8.409	500.551	0.4596	5422.500	0.0008
20	499.599	8.409	504.026	0.4629	5530.640	0.0089
21	500.572	8.486	500.389	0.4595	5515.310	0.0004
22	499.412	8.549	500.599	0.4603	6179.360	0.0024
23	500.407	8.611	499.010	0.4579	5630.930	0.0028
24	499.673	8.642	500.120	0.4592	5722.430	0.0009
25	499.688	8.830	499.570	0.4590	5783.390	0.0002
50	500.385	9.688	501.424	0.4606	6788.340	0.0021
100	500.148	11.388	501.230	0.4599	9014.250	0.0022

จากตารางที่ 5 ได้เปรียบเทียบค่า  $ARL_0$  และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (หน่วยเป็นวินาที) ที่ได้จากวิธี MC และวิธี MCA เมื่อพิจารณาจากค่า  $ARL_0$  ที่ได้จากทั้ง 2 วิธี นั้นพบว่า  $ARL_0$  ที่ได้ไม่แตกต่างกัน โดยมีค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ (Relative Error) มีค่าน้อยกว่า 0.009% และเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลพบว่าวิธี MCA ใช้เวลาน้อยกว่า 792 เท่าของวิธี MC





**ตารางที่ 6** เปรียบเทียบค่า  $ARL_0 = 1000$  และเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิ EWMA Sign ที่คำนวณด้วยวิธี MCA และวิธี MC เมื่อ  $\lambda = 0.01$  และ  $p = 0.5$

n	MCA		MC			Relative error (%)
	$ARL_0$	Time	$ARL_0$	$\pm SD$	Time	
9	1000.760	7.473	1005.790	0.9498	10285.700	0.0050
10	1001.960	7.551	1006.420	0.9514	10214.400	0.0045
11	1000.080	7.644	1001.470	0.9481	10175.200	0.0014
12	1000.660	7.722	1006.440	0.9523	10298.100	0.0058
13	1001.240	7.753	1002.360	0.9473	10271.400	0.0011
14	1001.800	7.862	1008.390	0.9546	10442.000	0.0066
15	1000.300	7.909	1006.750	0.9505	10479.800	0.0064
16	1000.480	7.956	1004.170	0.9482	10584.900	0.0037
17	1000.470	8.019	1003.020	0.9479	10557.200	0.0025
18	1001.090	8.065	1005.870	0.9494	10742.300	0.0048
19	1000.620	8.065	993.770	0.9392	10697.700	0.0068
20	1001.880	8.175	1002.800	0.9478	10948.800	0.0009
21	1001.380	8.205	1005.570	0.9518	11041.300	0.0042
22	1000.530	8.284	1004.180	0.9486	11124.800	0.0036
23	1001.650	8.408	1004.770	0.9507	11273.500	0.0031
24	1001.370	8.471	1003.090	0.9484	11499.700	0.0017
25	1000.480	8.408	1004.480	0.9504	11585.900	0.0040
50	1001.280	9.313	1004.510	0.9492	13587.000	0.0032
100	1000.660	10.858	1003.900	0.9507	18181.600	0.0032

จากตารางที่ 6 นั้นสามารถยืนยันประสิทธิภาพของวิธี MCA ที่ใช้ในการหาค่า  $ARL$  ว่าเวลาที่ใช้ในการประมวลผลน้อยกว่าวิธี MC อย่างมาก และค่าคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ มีค่าน้อยกว่า 0.007% เมื่อเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลพบว่าวิธี MCA ใช้เวลาน้อยกว่า 1675 เท่าของวิธี MC

จากตารางที่ 7, 8 และรูปที่ 1, 2, 3, 4 เป็นการเปรียบเทียบค่า  $ARL_1$  ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงของ  $\delta = 0.010, 0.020, 0.030, 0.040, 0.050, 0.100, 0.125, 0.150, 0.200$  พบว่าค่าที่ได้จากวิธี MCA และ MC ไม่แตกต่างกัน แต่เวลาที่ใช้ในการประมวลผลแตกต่างกัน 1051 เท่า โดยวิธี MCA ใช้เวลาน้อยกว่าวิธี MC เมื่อ  $\delta$  และ n เพิ่มขึ้นค่า  $ARL_1$  จะลดลง และเมื่อ  $\delta$  และ n ลดลงค่า  $ARL_1$  จะเพิ่มขึ้น

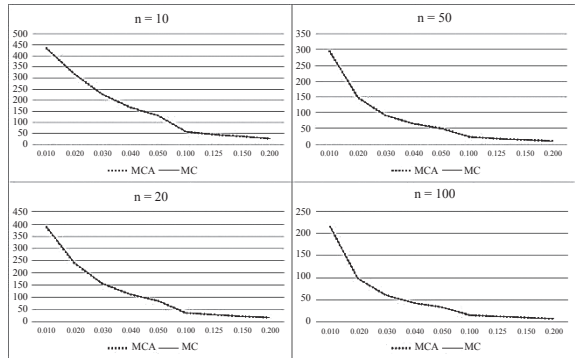
**ตารางที่ 7** เปรียบเทียบค่า  $ARL_1$  และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (Sec.) ของแผนภูมิ EWMA Sign ที่ได้จากวิธี MCA และวิธี MC เมื่อ  $\lambda = 0.01$  และ  $ARL_0 = 500$

n	$\delta$	MCA		MC			Relative error (%)
		$ARL_1$	Times	$ARL_1$	$\pm SD$	Times	
10	0.010	435.260	7.987	436.387	0.3940	4336.530	0.0026
	0.020	319.415	7.988	319.454	0.2749	3233.320	0.0001
	0.030	228.129	7.847	227.810	0.1833	2269.950	0.0014
	0.040	168.688	7.941	168.459	0.1255	1700.720	0.0014
	0.050	130.477	8.112	130.276	0.0896	1321.130	0.0015
	0.100	57.001	8.049	56.915	0.0284	576.345	0.0015
	0.125	43.556	7.972	43.444	0.0190	439.049	0.0026
	0.150	35.705	7.971	35.626	0.0142	359.754	0.0022
	0.200	25.923	7.941	25.885	0.0087	264.516	0.0014
	20	0.010	387.415	8.643	389.889	0.3459	4299.990
0.020		241.440	8.486	242.300	0.1974	2950.870	0.0036
0.030		157.934	8.829	158.345	0.1158	1723.130	0.0026
0.040		112.711	8.705	112.846	0.0741	1274.560	0.0012
0.050		86.187	8.689	86.343	0.0513	943.931	0.0018
0.100		38.166	8.674	38.198	0.0158	416.819	0.0008
0.125		29.449	8.564	29.471	0.0107	323.983	0.0007
0.150		24.318	8.658	24.328	0.0080	267.791	0.0004
0.200		17.857	8.720	17.874	0.0050	198.839	0.0010
50		0.010	295.105	10.171	295.555	0.2504	4002.240
	0.020	148.750	10.343	148.731	0.1069	2021.340	0.0001
	0.030	91.880	10.140	91.769	0.0559	1237.710	0.0012
	0.040	65.089	10.031	65.070	0.0345	876.725	0.0003
	0.050	50.058	9.704	49.964	0.0235	684.486	0.0019
	0.100	22.995	9.703	22.948	0.0074	314.654	0.0020
	0.125	17.955	9.626	17.920	0.0051	246.762	0.0020
	0.150	14.949	9.626	14.918	0.0038	206.779	0.0021
	0.200	11.117	9.641	11.091	0.0024	153.693	0.0023
	100	0.010	216.800	11.373	216.702	0.1723	3899.390
0.020		98.637	11.232	98.532	0.0617	1776.660	0.0011
0.030		60.709	11.278	60.638	0.0311	1099.090	0.0012
0.040		43.406	11.311	43.350	0.0191	781.128	0.0013
0.050		33.690	11.341	33.640	0.0131	605.330	0.0015
0.100		15.894	11.311	15.863	0.0042	288.415	0.0019
0.125		12.503	11.341	12.479	0.0029	229.040	0.0019
0.150		10.467	11.185	10.449	0.0022	191.055	0.0017
0.200		7.853	11.217	7.839	0.0014	144.098	0.0018

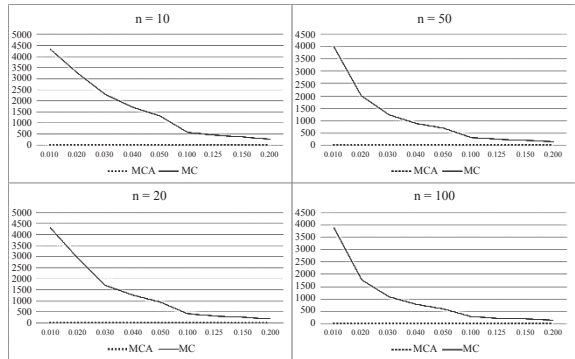


**ตารางที่ 8** เปรียบเทียบค่า  $ARL_1$  และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (Sec.) ของแผนภูมิ EWMA Sign ที่ได้จากวิธี MCA และวิธี MC เมื่อ  $\lambda = 0.01$  และ  $ARL_0 = 1000$

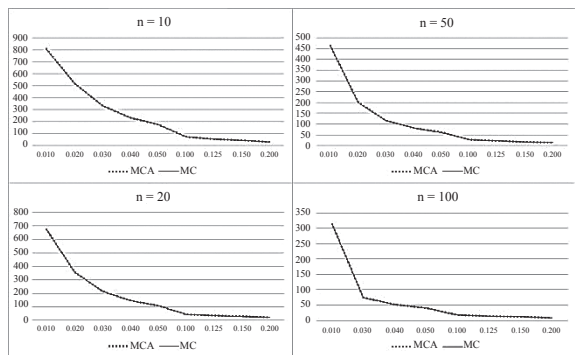
n	$\delta$	MCA		MC			Relative error (%)
		$ARL_1$	Times	$ARL_1$	$\pm SD$	Times	
10	0.010	805.666	7.769	805.057	0.7461	8166.310	0.0008
	0.020	516.492	7.878	516.619	0.4530	5193.590	0.0002
	0.030	334.687	7.862	334.140	0.2718	3389.890	0.0016
	0.040	232.859	7.691	232.455	0.1733	2345.040	0.0017
	0.050	173.225	7.738	172.772	0.1179	1730.210	0.0026
	0.100	70.102	7.722	69.885	0.0334	705.842	0.0031
	0.125	52.816	7.598	52.653	0.0220	533.399	0.0031
	0.150	42.944	7.691	42.845	0.0161	429.783	0.0023
20	0.010	675.271	8.283	674.763	0.6141	7272.020	0.0008
	0.020	358.546	8.190	358.307	0.2957	3921.010	0.0007
	0.030	215.375	8.284	214.898	0.1572	2353.170	0.0022
	0.040	146.804	8.393	146.518	0.0950	1859.030	0.0019
	0.050	109.237	8.299	109.049	0.0633	1195.000	0.0017
	0.100	46.029	8.299	45.913	0.0180	502.402	0.0025
	0.125	35.200	8.300	35.095	0.0120	385.884	0.0030
	0.150	28.911	8.330	28.830	0.0089	317.556	0.0028
50	0.010	463.167	9.485	462.920	0.4003	6262.020	0.0005
	0.020	200.831	9.485	200.732	0.1440	2741.640	0.0005
	0.030	117.054	9.407	116.925	0.0697	1596.330	0.0011
	0.040	80.641	9.578	80.494	0.0411	1097.700	0.0018
	0.050	61.050	9.641	60.883	0.0273	824.294	0.0027
	0.100	27.259	9.485	27.211	0.0082	371.719	0.0018
	0.125	21.167	9.172	21.137	0.0056	304.842	0.0014
	0.150	17.562	9.220	17.537	0.0042	240.850	0.0014
100	0.010	313.542	10.732	313.648	0.2520	5678.230	0.0003
	0.020	126.512	10.671	126.414	0.0776	2307.540	0.0008
	0.030	74.854	10.749	74.716	0.0369	1356.740	0.0018
	0.040	52.564	10.686	52.485	0.0220	957.097	0.0015
	0.050	40.393	10.686	40.343	0.0149	760.224	0.0012
	0.100	18.713	10.671	18.678	0.0047	341.939	0.0019
	0.125	14.664	10.623	14.631	0.0032	270.599	0.0023
	0.150	12.243	10.671	12.215	0.0024	227.294	0.0023
0.200	9.147	10.624	9.131	0.0015	171.117	0.0018	



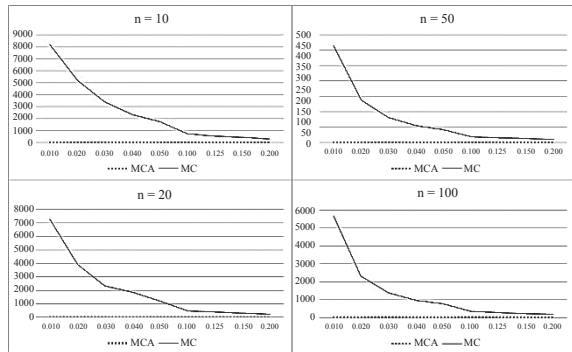
**รูปที่ 1** การเปรียบเทียบค่า  $ARL_1$  ด้วยวิธี MCA และ MC เมื่อ  $\lambda = 0.01$ ,  $p = 0.5$  และ  $ARL_0 = 500$



**รูปที่ 2** การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผล ด้วยวิธี MCA และ MC เมื่อ  $\lambda = 0.01$ ,  $p = 0.5$  และ  $ARL_0 = 500$



**รูปที่ 3** การเปรียบเทียบค่า  $ARL_1$  ด้วยวิธี MCA และ MC เมื่อ  $\lambda = 0.01$ ,  $p = 0.5$  และ  $ARL_0 = 1000$



รูปที่ 4 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผล ด้วยวิธี MCA และ MC เมื่อ  $\lambda = 0.01$ ,  $p = 0.5$  และ  $ARL_0 = 1000$

#### 4. สรุป

งานวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาวิธีการหาความยาววิ่งเฉลี่ย ด้วยวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ (MCA) ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยตัวง่วนหน้าด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียลไร้พารามิเตอร์แบบเครื่องหมาย (EWMA Sign) เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยในกระบวนการและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีลูกโซ่มาร์คอฟกับวิธีการจำลองมอนติคาร์โล (MC) ด้วยเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times: วินาที) พิจารณาจากเวลาที่ใช้ในการหาค่าความยาววิ่งเฉลี่ยพบว่าค่าความยาววิ่งเฉลี่ยจากวิธีลูกโซ่มาร์คอฟให้ค่า  $ARL_0$  และ  $ARL_1$  ใกล้เคียงกันแต่เวลาในการประมวลผลของวิธีลูกโซ่มาร์คอฟน้อยกว่าวิธีการจำลองมอนติคาร์โลอย่างมาก เมื่อเทียบกับวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ

#### เอกสารอ้างอิง

[1] W. A. Shewhart, *Economic Control of Quality of*

*Manufactured Product*. New York: Van Nostrand, New York, 1931.

- [2] S. W. Roberts, "Control chart tests based on geometric moving average," *Technometrics*, vol. 3, no. 1, pp. 239–250, 1959.
- [3] E. S. Page, "Continuous inspection schemes," *Biometrika*, vol. 41, no. ½, pp. 100–114, 1954.
- [4] S. Yang, J. Lin, and S. W. Cheng, "A new nonparametric EWMA sign control chart," *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 5, pp. 6239–6243, 2011.
- [5] J. Wolfowitz, "An exact test for randomness in the non-parametric case base on serial correlation," *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 14, no. 4, pp. 378–388, 1943.
- [6] D. C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, 6th ed. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2009.
- [7] J. M. Lucas and M. S. Saccucci, "Exponentially weighted moving average control schemes: Properties and enhancements," *Technometrics*, vol. 32, no. 1, pp. 1–12, 1990.
- [8] N. Nopporn, S. Sukparuntee, and Y. Areepong, "A markov chain approach for evaluation characteristics of EWMA chart for lognormal observation," *The Journal of King Mongkut's University of Technology North Bangkok*, vol. 22, no. 3, pp. 661–668, 2012.