บทความวิจัย

การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนทวินามที่เหมาะสมในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

อภิชญา สายหยุด* จุฑาภรณ์ สินสมบูรณ์ทอง และ ลี่ลี อิงศรีสว่าง
ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 08 3411 1144 อีเมล: aphichaya.saiy@ku.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2024.10.005
รับเมื่อ 19 มกราคม 2566 แก้ไขเมื่อ 20 เมษายน 2566 ตอบรับเมื่อ 6 กรกฎาคม 2566 เผยแพร่ออนไลน์ 1 ตุลาคม 2567

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ระดับ 95% สำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนทวินาม 4 วิธี ได้แก่ วิธีวาลด์แบบปรับ วิธีเจฟเฟรย์ วิธี Zhou-Li และ วิธี Kim-Jang โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการวัดประสิทธิภาพ คือ การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ระดับ 95% และเปรียบเทียบความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลให้มีการแจกแจงทวินามด้วยพารามิเตอร์ n เท่ากับ 10 20 30 70 90 100 200 500 และ 1,000 และ p เท่ากับ 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 และ 0.9 รวมสถานการณ์ที่ศึกษาทั้งหมด 81 สถานการณ์ ทำการทดลองซ้ำ 5,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์ผลการวิจัยพบว่า วิธีเจฟเฟรย์มีประสิทธิภาพดีเกือบทุกระดับของขนาดตัวอย่างและเกือบทุกค่าพารามิเตอร์ p ยกเว้น เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก และพารามิเตอร์ p มีค่าเข้าใกล้ 0.5 วิธีวาลด์แบบปรับมีประสิทธิภาพดี ในทุกระดับของขนาดตัวอย่างและพารามิเตอร์ p มีค่า 0.3 ถึง 0.7 วิธี Zhou-Li มีประสิทธิภาพดี ในทุกขนาดตัวอย่าง และเกือบทุกค่าพารามิเตอร์ p ยกเว้นกรณี ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ในทุกค่าพารามิเตอร์ p นอกจากนี้ วิธี Kim-Jang มีประสิทธิภาพดีเกือบทุกระดับของขนาดตัวอย่างและเกือบทุกค่าพารามิเตอร์ p ยกเว้น กรณีขนาดตัวอย่างเล็กและพารามิเตอร์มีค่า 0.1 และ 0.9

คำสำคัญ: การประมาณค่า การแจกแจงทวินาม ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น พารามิเตอร์สัดส่วน

การอ้างอิงบทความ: อภิชญา สายหยุด, จุฑาภรณ์ สินสมบูรณ์ทอง และ ลี่ลี อิงศรีสว่าง, “การประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนทวินามที่เหมาะสมในสถานการณ์ที่แตกต่างกัน,” *วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ*, ปีที่ 35, ฉบับที่ 2, หน้า 1–12, เลขที่บทความ 252-116745, เม.ย.–มิ.ย. 2568.

Research Article

Estimating Confidence Intervals for Appropriate Binomial Proportional Parameters in Different Situations

Aphichaya Saiyud*, Juthaphorn Sinsomboonthong and Lily Ingsrisawang
Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University, Bangkok, Thailand

* Corresponding Author, Tel. 08 3411 1144, E–mail: aphichaya.saiy@ku.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2024.10.005
Received 19 January 2023; Revised 20 April 2023; Accepted 6 July 2023; Published online: 1 October 2024

Abstract

The objective of this research is to compare the performance of 95% interval estimation methods for binomial proportional parameters, namely the adjusted Wald method, the Geoffrey method, the Zhou-Li method, and the Kim-Jang method, using the criteria. Used to measure efficiency is to check the confidence coefficient at the 95% level and compare the average width of the confidence interval. Data were modeled using Monte Carlo techniques to have a binomial distribution with parameters n equal to 10, 20, 30, 70, 90, 100, 200, 500 and 1000 and p equal to 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, and 0.9. A total of 81 situations were studied. The experiment was repeated 5000 times for each scenario. The research results found that The Geoffrey method performs well at almost all sample size levels and at almost all p parameters, except when the sample size is small and the p parameter approaches 0.5. The adaptive Wald method performs well. At all levels of sample size and p parameters ranging from 0.3 to 0.7, the Zhou-Li method has good performance. at all sample sizes and at almost all p parameters, except in the case where the sample size is equal to 10 at all p parameters. In addition, the Kim-Jang method performs well at almost all sample sizes and at almost all p parameters, except in the case of small sample sizes and where the parameters are Values 0.1 and 0.9

Keywords: Estimation, Binomial, Distribution, Confidence, Coefficient, Proportional, Parameters

Please cite this article as: A. Saiyud, J. Sinsomboonthong, and L. Ingsrisawang, "Estimating confidence intervals for appropriate binomial proportional parameters in different situations," *The Journal of KMUTNB*, vol. 35, no. 2, pp. 1–12, ID. 252-116745, Apr.–Jun. 2025 (in Thai).

1. บทนำ

การอนุมานเชิงสถิติ เป็นกระบวนการหาข้อสรุปเกี่ยวกับลักษณะของประชากรโดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่างที่ได้มา โดยวิธีการเชิงสุ่มจากประชากรนั้น โดยทั่วไปประกอบด้วยการประมาณค่าและการทดสอบสมมุติฐาน [1] ในงานวิจัยนี้สนใจศึกษาการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มี 2 ชนิด คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation) และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation) การประมาณค่าแบบช่วงเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ของประชากรว่าอยู่ในช่วงใดช่วงหนึ่งที่จะครอบคลุมค่าของพารามิเตอร์ ซึ่งขึ้นอยู่กับระดับความเชื่อมั่นในการประมาณค่า [2] เนื่องจากการประมาณแบบจุดให้ค่าประมาณเพียงค่าเดียวและโอกาสที่ตัวประมาณจะเท่ากับพารามิเตอร์จะเข้าใกล้ศูนย์ ส่วนการประมาณแบบช่วงจะให้ค่าประมาณเป็นช่วงโดยคำนึงถึงความคลาดเคลื่อนจากการสุ่มตัวอย่าง เพื่อช่วยยืนยันว่าช่วงที่สร้างขึ้นนี้คลุมค่าพารามิเตอร์ไว้ด้วยความน่าจะเป็นตามที่กำหนด [3]

การประมาณค่าพารามิเตอร์สัดส่วนในการแจกแจงทวินามนั้นมีความสำคัญต่อการดำเนินการอย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะภาคธุรกิจและเศรษฐศาสตร์ เช่น กระทรวงพาณิชย์ต้องการประมาณสัดส่วนของมูลค่าสินค้าเกษตรที่ส่งออกจำหน่ายตลาดต่างประเทศเทียบกับมูลค่าส่งออกทั้งหมด สำนักงานการท่องเที่ยวต้องการประมาณสัดส่วนของนักท่องเที่ยวที่เดินทางมาเที่ยวจังหวัดเชียงใหม่ในช่วงเทศกาลสงกรานต์ เป็นต้น [4] งานวิจัยเกี่ยวกับการประมาณพารามิเตอร์ค่าสัดส่วนทวินามจึงมีความสำคัญ ดัง งานวิจัยของ Sarinee [5] พบว่า วิธีวาลด์แบบปรับจะมีประสิทธิภาพดีในทุกขนาดตัวอย่างและทุกค่าของพารามิเตอร์ p ส่วนงานวิจัยของ Nattawan และคณะ [6] พบว่า วิธีเจฟเฟรย์จะมีประสิทธิภาพดีในทุกขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์ p มีค่าน้อย นอกจากนี้งานวิจัยของ Kanchana [7] พบว่า วิธี Zhou-Li จะมีประสิทธิภาพดีในทุกขนาดตัวอย่างและเกือบทุกค่าพารามิเตอร์ p ใน ค.ศ. 2022 Junsik และ Woncheol [8] ได้เสนอวิธี Kim-Jang ซึ่งเป็นวิธีการประมาณแบบใหม่โดยนำวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงของ Agresti และ Coull [9] มาปรับใหม่เพื่อให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงสนใจศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์สัดส่วนทวินาม 4 วิธี คือ วิธีวาลด์แบบปรับ วิธีเจฟเฟรย์ วิธี Zhou-Li (ZL) และ วิธี Kim-Jang (KJ) โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ พิจารณาจากค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น ซึ่งวิธีที่มีประสิทธิภาพดี คือวิธีที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นตามที่กำหนดและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุด

2. วัสดุ อุปกรณ์และวิธีการวิจัย

2.1 สร้างข้อมูลตัวอย่างสุ่ม

มีการแจกแจงทวินามทั้งหมด 81 สถานการณ์ โดยใช้โปรแกรม SAS Versions 9.4 ด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยกำหนดขนาดตัวอย่าง 3 ระดับ คือ

กลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ได้แก่ n = 10 20 30

กลุ่มตัวอย่างขนาดกลาง ได้แก่ n = 70 90 100

กลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ได้แก่ n = 200 500 1,000

กำหนดค่าพารามิเตอร์ p ของการแจกแจงทวินาม 9 ระดับ ได้แก่ 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6,0.7 0.8 และ 0.9 โดยในแต่ละสถานการณ์มีการทดลองซ้ำ 5,000 ครั้ง

2.2 สร้างช่วงความเชื่อมั่น 95% ของพารามิเตอร์ค่าสัดส่วนทวินาม 4 วิธี ได้แก่

2.2.1 วิธีวาลด์แบบปรับ (Adjusted Wald Method)

Agresti และ Coull [9] ได้นำวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงของ Wald [10] มาปรับใช้ในการคำนวณค่าในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ด้วยการเพิ่มสิ่งที่สนใจและสิ่งที่ไม่สนใจอย่างละ 2 ครั้ง จึงทำให้ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจากเดิม 4 หน่วยตัวอย่าง และทำให้ได้ค่าสัดส่วนในการเกิดลักษณะสิ่งที่สนใจในตัวอย่างใหม่ คือ $\tilde{p} = \frac{Y+2}{n+4}$ เมื่อ Y คือ จำนวนครั้งของการเกิดลักษณะที่สนใจในการทดลองและเรียกการประมาณค่าแบบช่วงนี้ว่าวิธีวาลด์แบบปรับ (Adjusted Wald Method) โดยขีดจำกัดล่าง และขีดจำกัดบนที่ระดับความเชื่อมั่นที่ระดับเป็นดังสมการที่ (1) และ (2)

$$L_{AW} = \tilde{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{\tilde{n}}} \quad (1)$$

$$U_{AW} = \tilde{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{\tilde{n}}} \quad (2)$$

โดย $\tilde{n} = n+4$; $\tilde{p} = \frac{Y+2}{n+4}$; Y คือ จำนวนครั้งของการเกิดลักษณะที่สนใจในตัวอย่างขนาด n; และ n คือ ขนาดตัวอย่าง

2.2.2 วิธีเจฟเฟรย์ (Jeffreys Method)

จากการศึกษาของ Brown และคณะ [11] กำหนดให้ $Y \sim Bin(n, p)$ และการแจกแจงก่อนของ p มีการแจกแจงเบต้า นั่นคือ $p \sim Beta(e, f)$ โดย $e > 0$ และ $f > 0$ จากการพิสูจน์ของ Brown และคณะ [11] จะได้การแจกแจงภายหลังของ p คือ $p|Y \sim Beta(Y+e, n-Y+f)$ และช่วงความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ p สำหรับวิธีเบส์ คือ $[L_B(Y), U_B(Y)]$ โดย $L_B(Y)$ คือ ค่าควอนไทล์ที่ $\frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจง $Beta(Y+e, n-Y+f)$ และ $U_B(Y)$ คือ ค่าควอนไทล์ที่ $1-\frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจง $Beta(Y+e, n-Y+f)$ กำหนดให้ Jeffrays Prior ของ p คือ $p \sim Beta\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ ดังนั้นจะได้ว่าขีดจำกัดล่างและขีดจำกัดบนที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ ของ p สำหรับวิธีเจฟเฟรย์ เป็นดังสมการที่ (3) และ (4)

L_F = ค่าควอนไทล์ที่ $\frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจง

$$Beta\left(Y+\frac{1}{2}, n-Y+\frac{1}{2}\right) \quad (3)$$

U_F = ค่าควอนไทล์ที่ $1-\frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจง

$$Beta\left(Y+\frac{1}{2}, n-Y+\frac{1}{2}\right) \quad (4)$$

2.2.3 วิธี Zhou-Li

โดยทั่วไป $\hat{p}$ จะมีการแจกแจงใกล้เคียงปรกติ เมื่อ n มีขนาดใหญ่ และ p มีค่าเข้าใกล้ 0.5 และจากการศึกษาของ Zhou และคณะ [12] กำหนดให้ Y เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงทวินาม ด้วยพารามิเตอร์ n และ p โดยค่าประมาณของ p คือ $\hat{p} = \frac{Y}{n}$ เริ่มด้วยการแปลงโดยวิธีลอจิตของ $\hat{p}$ เป็น $\log\left(\frac{\hat{p}}{\hat{q}}\right)$ โดย $\hat{q} = 1-\hat{p}$ ซึ่งการแปลงโดยวิธีลอจิตจะทำให้ $\hat{p}$ มีการแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงปรกติและกำหนดให้

$$T = \sqrt{n\hat{p}\hat{q}}\left(\log\left(\frac{\hat{p}}{\hat{q}}\right) - \log\left(\frac{p}{q}\right)\right)$$

จากนั้นทำการเปลี่ยนรูปโดยวิธี Monotone โดยใช้การกระจายของ Edgeworth จะได้

$$g(T) = n^{-1/2}s\hat{\gamma} + T + n^{-1/2}r\hat{\gamma}T^2 + n^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)(r\hat{\gamma})^2 T^3$$

เมื่อ $r = -1/6$; $s = 1/6$ และ $\hat{\gamma} = (1-2\hat{p})/\sqrt{\hat{p}\hat{q}}$ ดังนั้นขีดจำกัดล่าง และขีดจำกัดบนของวิธี ZL ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)100\%$ เป็นดังสมการที่ (5) และ (6)

$$L_{ZL} = \frac{\exp\left(\log\left(\frac{\hat{p}}{\hat{q}}\right) - n^{-1/2}\left(\hat{p}\hat{q}\right)^{-1/2} g^{-1}\left(Z_{1-\alpha/2}\right)\right)}{1+\exp\left(\log\left(\frac{\hat{p}}{\hat{q}}\right) - n^{-1/2}\left(\hat{p}\hat{q}\right)^{-1/2} g^{-1}\left(Z_{1-\alpha/2}\right)\right)} \quad (5)$$

$$U_{ZL} = \frac{\exp\left(\log\left(\frac{\hat{p}}{\hat{q}}\right) - n^{-1/2}\left(\hat{p}\hat{q}\right)^{-1/2} g^{-1}\left(Z_{\alpha/2}\right)\right)}{1+\exp\left(\log\left(\frac{\hat{p}}{\hat{q}}\right) - n^{-1/2}\left(\hat{p}\hat{q}\right)^{-1/2} g^{-1}\left(Z_{\alpha/2}\right)\right)} \quad (6)$$

2.2.4 วิธี Kim-Jang

Junsik และ Woncheol [8] ได้นำวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงโดยนำวิธีของ Agresti and Coull [9] มาปรับใช้ในการคำนวณหาขีดจำกัดล่างและบนของช่วงความเชื่อมั่นซึ่งช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับ $(1-\alpha)100\%$ ของวิธี Agresti และ Coull [9] คือ $CI_{AC} = \tilde{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{\tilde{n}}}$ โดย $\tilde{p} = \frac{Y+c}{n+2c}$

Junsik และ Woncheol [8] ใช้วิธีการประมาณ Saddlepoint สำหรับค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเพื่อลดความเอนเอียงของตัวประมาณ $\tilde{p}$ จะได้ขีดจำกัดล่าง และ

ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่นวิธี Kim-Jang ที่ระดับ $(1-\alpha)100\%$ เป็นดังสมการที่ (7) และ (8)

$$L_{KJ} = \frac{Y+a}{n+2a} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{Y+c}{n+2c} + \frac{n-Y+c}{n+2c} + \frac{1}{n+d}} \quad (7)$$

$$U_{KJ} = \frac{Y+a}{n+2a} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{Y+c}{n+2c} + \frac{n-Y+c}{n+2c} + \frac{1}{n+d}} \quad (8)$$

โดย $a = 2.1 - \frac{1}{\sqrt{n}},\ c = 1.7 - \frac{2}{\sqrt{n}},\ d = 4 - \frac{1}{\sqrt{n}}$

2.3 คำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น $(\hat{c})$ จากช่วงที่ได้ของแต่ละวิธี

2.4 ตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นว่าเป็นไปตามที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยกำหนดสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น 0.95 และใช้การทดสอบสมมุติฐาน ด้วยสถิติทดสอบ Z ดังนี้

2.4.1 สมมติฐาน

H_0 : ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมีค่าไม่น้อยกว่า 0.95

H_1 : ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นมีค่าน้อยกว่า 0.95

2.4.2 กำหนดระดับนัยสำคัญ (α) 0.01

2.4.3 ตัวสถิติทดสอบ $Z = \frac{\hat{c} - 0.95}{\sqrt{0.95(1-0.95)/5,000}}$

2.4.4 บริเวณวิกฤติ คือ จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z < -Z_\alpha$ หรือ $\hat{c} < 0.9428$

2.4.5 คำนวณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแต่ละวิธี เฉพาะกรณีที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่า 0.95 เท่านั้น ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$AW = \frac{\sum_{i=1}^{5,000}\left(U_i - L_i\right)}{5,000}$$

โดย L_i และ U_i คือ ขีดจำกัดล่าง และ ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่น ตามลำดับ

2.4.6 เปรียบเทียบความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นแต่ละวิธี และสรุปผลการวิจัยในแต่ละสถานการณ์

3. ผลการทดลอง

การวิจัยนี้ต้องการเปรียบเทียบประสิทธิภาพวิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ระดับ 95% สำหรับพารามิเตอร์ค่าสัดส่วนทวินาม 4 วิธี ได้แก่ วิธีวาลด์แบบปรับ วิธีเจฟเฟรย์ วิธี ZL และ วิธี KJ การพิจารณาว่าวิธีการประมาณค่าแบบช่วงวิธีใดเหมาะสมที่สุด พิจารณาจากการตรวจสอบว่าช่วงความเชื่อมั่นนั้นให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดก่อน หลังจากนั้นจึงคำนวณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น และวิธีการประมาณค่าใดให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดจะถือว่าวิธีการประมาณค่านั้นเป็นวิธีการที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นและความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 4 วิธี แสดงดังตารางที่ 1 และ 2

ตารางที่ 1 พบว่า เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก วิธีเจฟเฟรย์และ วิธี ZL ส่วนใหญ่มีแนวโน้มให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในเกือบทุกสถานการณ์ ยกเว้น กรณีขนาดตัวอย่าง 10 และพารามิเตอร์ p มีค่า 0.4 และ 0.6 ส่วนวิธีวาลด์แบบปรับและ วิธี KJ ส่วนใหญ่มีแนวโน้มให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในเกือบทุกสถานการณ์ ยกเว้น กรณีขนาดตัวอย่าง 10 และพารามิเตอร์ p มีค่า 0.1 และ 0.9 นอกจากนี้เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลางและใหญ่พบว่า ทุกวิธีมีแนวโน้มให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในทุกค่าพารามิเตอร์ p

ตารางที่ 2 พบว่า เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็กส่วนใหญ่วิธี ZL มีแนวโน้มให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดเกือบทุกค่าพารามิเตอร์ p ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง 10 ในทุกค่าพารามิเตอร์ p และกรณีขนาดตัวอย่าง 20 และ 30 และ พารามิเตอร์ p มีค่า 0.1 0.5 0.9 เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง วิธีเจฟเฟรย์และวิธี ZL มีแนวโน้มให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดในทุกค่าพารามิเตอร์ p และเมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่พบว่า ทุกวิธีมีแนวโน้มให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นไม่แตกต่างกันทุกค่าพารามิเตอร์ p

ตารางที่ 1 ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับพารามิเตอร์ p ทั้ง 4 วิธี

ขนาดตัวอย่าง (n)		วิธีการประมาณ	พารามิเตอร์ p								
			0.1	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**
เล็ก	10	AW	0.8945	0.9931*	0.9469*	0.9858*	0.9757*	0.9858*	0.9469*	0.9931*	0.8945
		J	0.9832*	0.9931*	0.9469*	0.9349	0.9757*	0.9349	0.9469*	0.9931*	0.9832*
		ZL	0.9832*	0.9931*	0.9469*	0.9349	0.9757*	0.9349	0.9469*	0.9931*	0.9832*
		KJ	0.8945	0.9931*	0.9469*	0.9858*	0.9757*	0.9858*	0.9469*	0.9931*	0.8945
	20	AW	0.9528*	0.9714*	0.9773*	0.9623*	0.9542*	0.9623*	0.9773*	0.9714*	0.9528*
		J	0.9528*	0.9714*	0.9474*	0.9623*	0.9542*	0.9623*	0.9474*	0.9714*	0.9528*
		ZL	0.9528*	0.9714*	0.9474*	0.9623*	0.9542*	0.9623*	0.9474*	0.9714*	0.9528*
		KJ	0.9528*	0.9714*	0.9773*	0.9623*	0.9542*	0.9623*	0.9773*	0.9714*	0.9528*
	30	AW	0.9756*	0.9686*	0.9649*	0.9625*	0.9538*	0.9625*	0.9649*	0.9686*	0.9756*
		J	0.9756*	0.9333	0.9639*	0.9625*	0.9538*	0.9625*	0.9639*	0.9333	0.9756*
		ZL	0.9756*	0.9686*	0.9639*	0.9625*	0.9538*	0.9625*	0.9639*	0.9686*	0.9756*
		KJ	0.9756*	0.9686*	0.9422	0.9625*	0.9538*	0.9625*	0.9422	0.9686*	0.9756*
กลาง	70	AW	0.9768*	0.9546*	0.9550*	0.9660*	0.9581*	0.9660*	0.9550*	0.9546*	0.9768*
		J	0.9581*	0.9546*	0.9550*	0.9487*	0.9581*	0.9487*	0.9550*	0.9546*	0.9581*
		ZL	0.9581*	0.9546*	0.9550*	0.9487*	0.9581*	0.9487*	0.9550*	0.9546*	0.9581*
		KJ	0.9539*	0.9546*	0.9550*	0.9660*	0.9581*	0.9660*	0.9550*	0.9546*	0.9539*
	90	AW	0.9547*	0.9590*	0.9544*	0.9633*	0.9546*	0.9633*	0.9544*	0.9590*	0.9547*
		J	0.9547*	0.9590*	0.9544*	0.9474*	0.9546*	0.9474*	0.9544*	0.9590*	0.9547*
		ZL	0.9547*	0.9590*	0.9544*	0.9474*	0.9546*	0.9474*	0.9544*	0.9590*	0.9547*
		KJ	0.9547*	0.9590*	0.9544*	0.9633*	0.9546*	0.9633*	0.9544*	0.9590*	0.9547*
	100	AW	0.9563*	0.9571*	0.9543*	0.9609*	0.9429*	0.9609*	0.9543*	0.9571*	0.9563*
		J	0.9585*	0.9579*	0.9529*	0.9609*	0.9429*	0.9609*	0.9529*	0.9579*	0.9585*
		ZL	0.9585*	0.9579*	0.9529*	0.9609*	0.9429*	0.9609*	0.9529*	0.9579*	0.9585*
		KJ	0.9563*	0.9445*	0.9543*	0.9609*	0.9429*	0.9609*	0.9543*	0.9445*	0.9563*
ใหญ่	200	AW	0.9611*	0.9630*	0.9516*	0.9542*	0.9447*	0.9542*	0.9516*	0.9630*	0.9611*
		J	0.9434*	0.9510*	0.9516*	0.9542*	0.9447*	0.9542*	0.9516*	0.9510*	0.9434*
		ZL	0.9434*	0.9510*	0.9516*	0.9542*	0.9447*	0.9542*	0.9516*	0.9510*	0.9434*
		KJ	0.9611*	0.9630*	0.9516*	0.9542*	0.9447*	0.9542*	0.9516*	0.9630*	0.9611*
	500	AW	0.9554*	0.9490*	0.9545*	0.9501*	0.9431*	0.9501*	0.9545*	0.9490*	0.9554*
		J	0.9465*	0.9490*	0.9484*	0.9501*	0.9431*	0.9501*	0.9479*	0.9490*	0.9463*
		ZL	0.9465*	0.9490*	0.9484*	0.9501*	0.9431*	0.9501*	0.9479*	0.9490*	0.9463*
		KJ	0.9554*	0.9490*	0.9545*	0.9501*	0.9431*	0.9501*	0.9545*	0.9490*	0.9554*
	1000	AW	0.9484*	0.9470*	0.9506*	0.9508*	0.9444*	0.9508*	0.9506*	0.9470*	0.9484*
		J	0.9484*	0.9519*	0.9506*	0.9508*	0.9444*	0.9508*	0.9506*	0.9505*	0.9484*
		ZL	0.9484*	0.9519*	0.9506*	0.9508*	0.9444*	0.9508*	0.9506*	0.9505*	0.9484*
		KJ	0.9484*	0.9470*	0.9506*	0.9508*	0.9444*	0.9508*	0.9506*	0.9470*	0.9484*

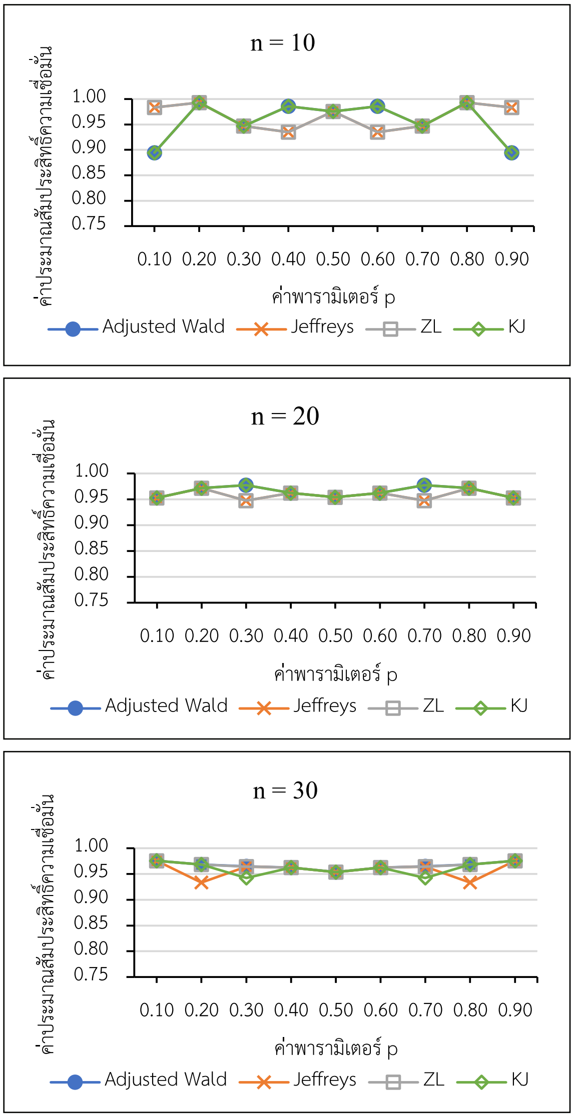
หมายเหตุ: * คือ กรณีที่วิธีการประมาณให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในแต่ละสถานการณ์

ตารางที่ 2 ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับพารามิเตอร์ p ทั้ง 4 วิธี

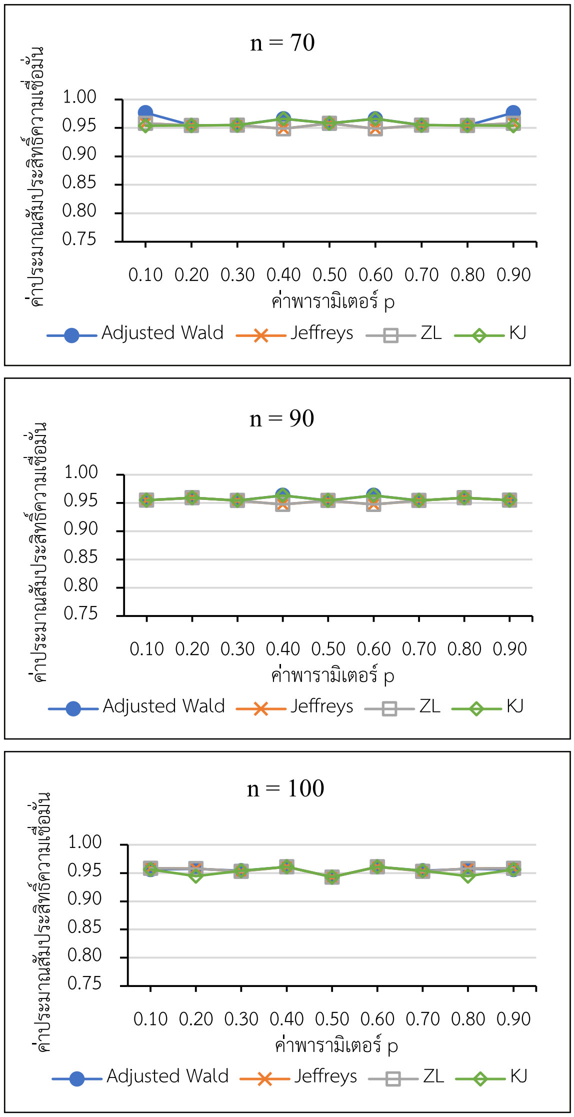
ขนาดตัวอย่าง (n)		วิธีการประมาณ	พารามิเตอร์ p								
			0.1	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**
เล็ก	10	AW	--	0.47	0.49	0.50**	0.51**	0.50**	0.49	0.47	--
		J	0.41**	0.45**	0.49	--	0.52	--	0.49	0.45**	0.41**
		ZL	0.43	0.46	0.49	--	0.52	--	0.49	0.46	0.43
		KJ	0.43	0.46	0.48**	0.50**	0.51**	0.50**	0.48**	0.46	--
	20	AW	0.30	0.34	0.37**	0.39**	0.39**	0.39**	0.37**	0.34	0.3
		J	0.27**	0.33**	0.37**	0.39**	0.4	0.39**	0.37**	0.33**	0.27**
		ZL	0.28	0.33**	0.37**	0.39**	0.4	0.39**	0.37**	0.33**	0.28
		KJ	0.29	0.33**	0.37**	0.39**	0.39**	0.39**	0.37**	0.33**	0.29
	30	AW	0.24	0.28	0.31**	0.33**	0.33**	0.33**	0.31**	0.28	0.24
		J	0.21**	--	0.31**	0.33**	0.34	0.33**	0.31**	--	0.21**
		ZL	0.22	0.27**	0.31**	0.33**	0.34	0.33**	0.31**	0.27**	0.22
		KJ	0.23	0.28	--	0.33**	0.33**	0.33**	--	0.28	0.23
กลาง	70	AW	0.15	0.19	0.21**	0.22**	0.23**	0.22**	0.21**	0.19	0.15
		J	0.14**	0.18**	0.21**	0.22**	0.23**	0.22**	0.21**	0.18**	0.14**
		ZL	0.14**	0.18**	0.21**	0.22**	0.23**	0.22**	0.21**	0.18**	0.14**
		KJ	0.14**	0.18**	0.21**	0.22**	0.23**	0.22**	0.21**	0.18**	0.14**
	90	AW	0.13	0.16**	0.19**	0.20**	0.20**	0.20**	0.19**	0.16**	0.13
		J	0.12**	0.16**	0.19**	0.20**	0.20**	0.20**	0.19**	0.16**	0.12**
		ZL	0.12**	0.16**	0.19**	0.20**	0.20**	0.20**	0.19**	0.16**	0.12**
		KJ	0.13	0.16**	0.19**	0.20**	0.20**	0.20**	0.19**	0.16**	0.13
	100	AW	0.12**	0.16	0.18**	0.19**	0.19*	0.19**	0.18**	0.16	0.12**
		J	0.12**	0.15**	0.18**	0.19**	0.19*	0.19**	0.18**	0.15**	0.12**
		ZL	0.12**	0.15**	0.18**	0.19**	0.19*	0.19**	0.18**	0.15**	0.12**
		KJ	0.12**	0.16	0.18**	0.19**	0.19*	0.19**	0.18**	0.16	0.12**
ใหญ่	200	AW	0.08**	0.11**	0.13**	0.13**	0.14*	0.13**	0.13**	0.11**	0.08**
		J	0.08**	0.11**	0.13**	0.13**	0.14*	0.13**	0.13**	0.11**	0.08**
		ZL	0.08**	0.11**	0.13**	0.13**	0.14*	0.13**	0.13**	0.11**	0.08**
		KJ	0.08**	0.11**	0.13**	0.13**	0.14*	0.13**	0.13**	0.11**	0.08**
	500	AW	0.05**	0.07**	0.08**	0.09**	0.09*	0.09**	0.08**	0.07**	0.05**
		J	0.05**	0.07**	0.08**	0.09**	0.09*	0.09**	0.08**	0.07**	0.05**
		ZL	0.05**	0.07**	0.08**	0.09**	0.09*	0.09**	0.08**	0.07**	0.05**
		KJ	0.05**	0.07**	0.08**	0.09**	0.09*	0.09**	0.08**	0.07**	0.05**
	1000	AW	0.04**	0.05**	0.06**	0.06**	0.06*	0.06**	0.06**	0.05**	0.04**
		J	0.04**	0.05**	0.06**	0.06**	0.06*	0.06**	0.06**	0.05**	0.04**
		ZL	0.04**	0.05**	0.06**	0.06**	0.06*	0.06**	0.06**	0.05**	0.04**
		KJ	0.04**	0.05**	0.06**	0.06**	0.06*	0.06**	0.06**	0.05**	0.04**

หมายเหตุ: -- คือ กรณีที่ไม่ได้นำมาคำนวณความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เนื่องจากเป็นวิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

** คือ กรณีที่วิธีการประมาณให้ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นน้อยที่สุดในสถานการณ์นั้น



รูปที่ 1 ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของความเชื่อมั่น 95% สำหรับพารามิเตอร์ p กรณีตัวอย่างขนาดเล็ก

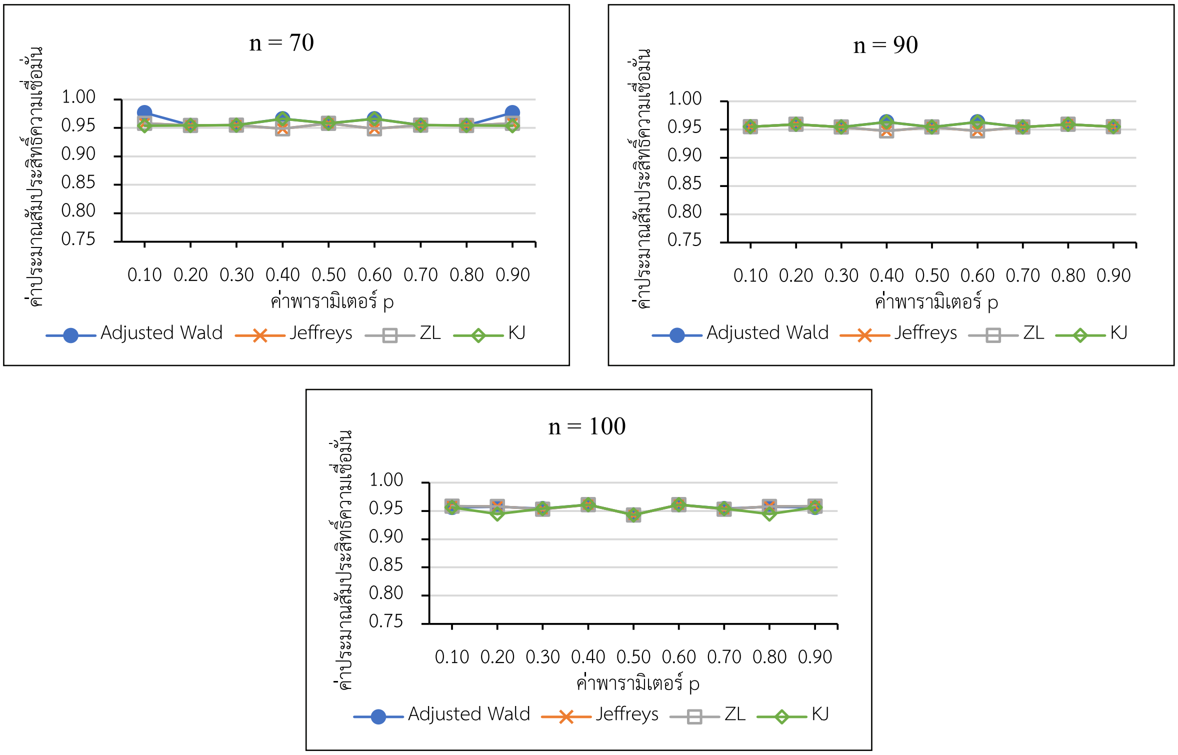


รูปที่ 2 ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของความเชื่อมั่น 95% สำหรับพารามิเตอร์ p กรณีตัวอย่างขนาดกลาง

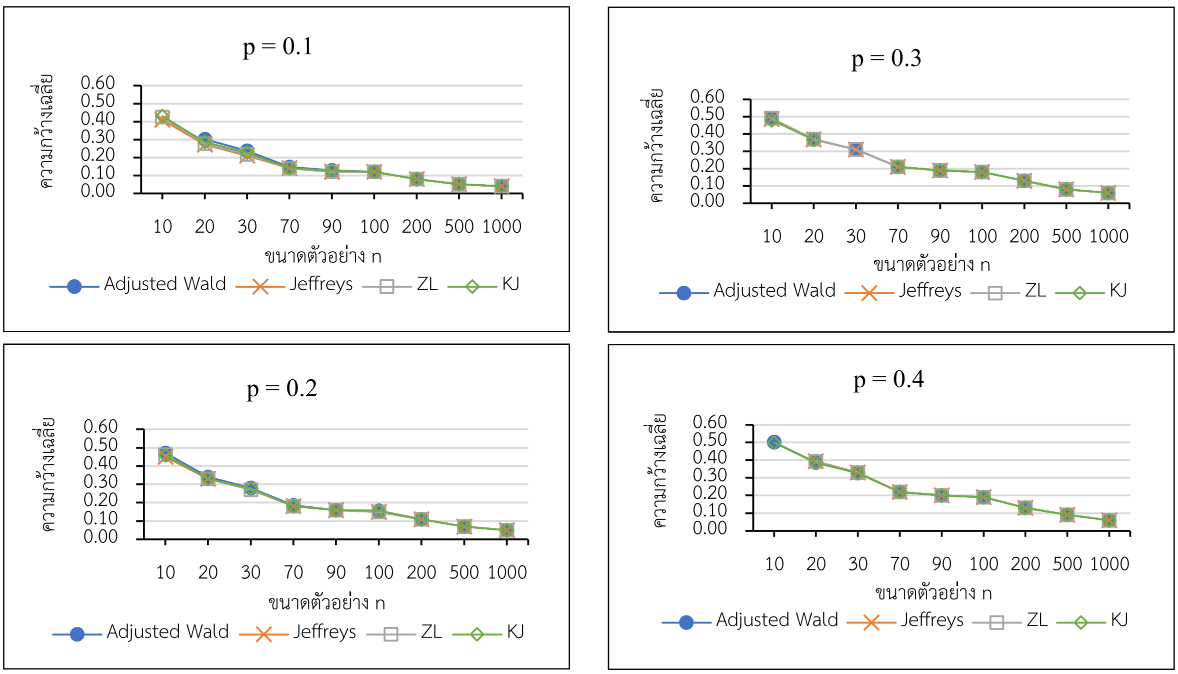
จากรูปที่ 1 กรณีขนาดตัวอย่างเล็ก สำหรับ n = 10 และพารามิเตอร์ p = 0.1 และ 0.9 พบว่า วิธีวาลด์แบบปรับและวิธี KJ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แต่เมื่อพารามิเตอร์ p อยู่ในช่วง 0.2 ถึง 0.8 พบว่า ทุกวิธีมีแนวโน้มให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด นอกจากนี้กรณีขนาดตัวอย่างเล็ก สำหรับ n = 20 30 และ

จากรูปที่ 2 และ 3 กรณีขนาดตัวอย่างกลาง และใหญ่ พบว่า ทุกวิธีมีแนวโน้มให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในเกือบทุกค่าพารามิเตอร์ p

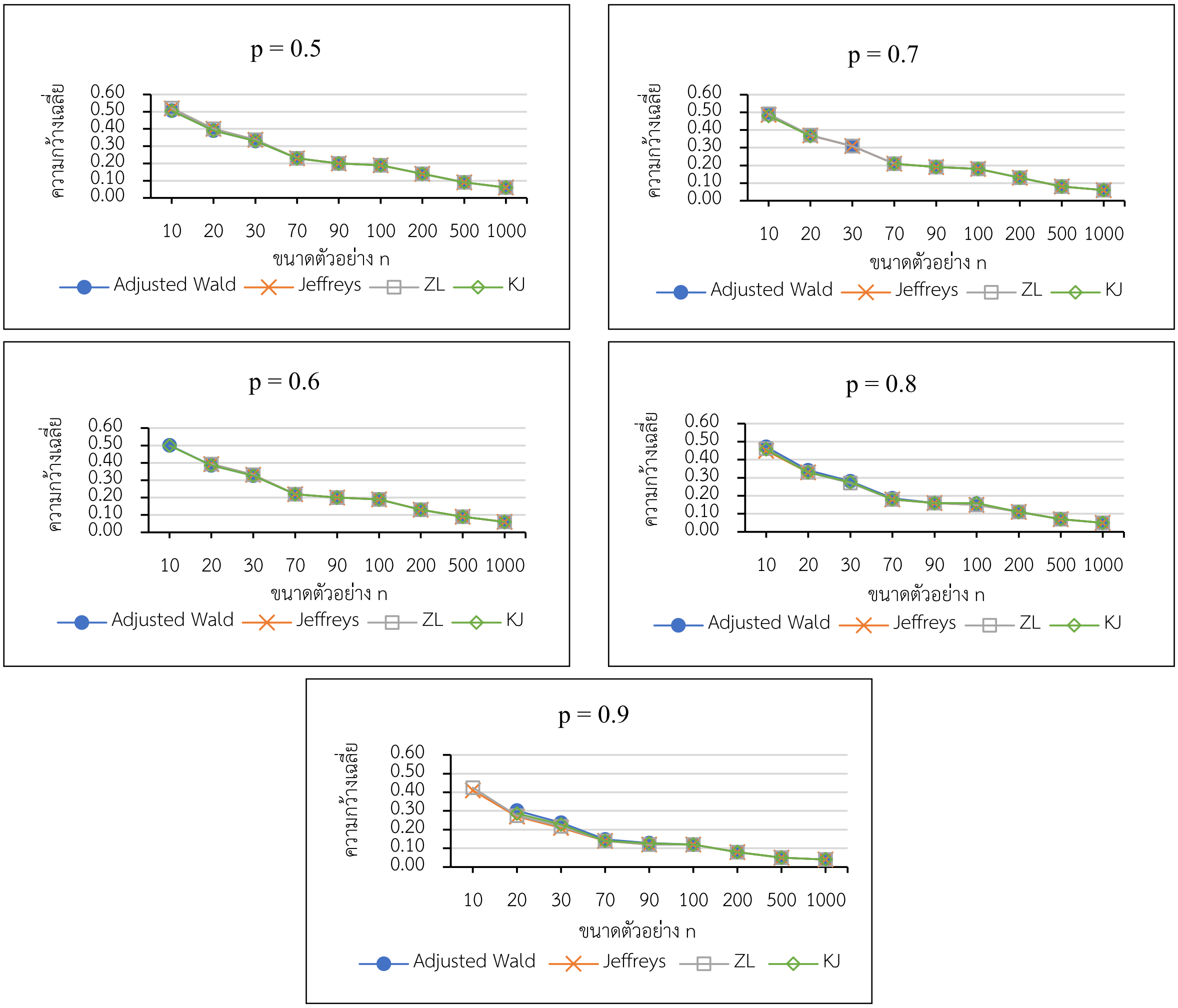
รูปที่ 4 พบว่า เมื่อตัวอย่างมีขนาดเพิ่มขึ้น ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของทุกวิธีมีแนวโน้มลดลงในทุกระดับของค่าพารามิเตอร์ p



รูปที่ 3 ค่าประมาณสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของความเชื่อมั่น 95% สำหรับพารามิเตอร์ *p* กรณีตัวอย่างขนาดใหญ่



รูปที่ 4 ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับพารามิเตอร์ *p* ทั้ง 4 วิธี



รูปที่ 4 ความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับพารามิเตอร์ p ทั้ง 4 วิธี (ต่อ)

4. อภิปรายผลและสรุป

เมื่อนำทุกสถานการณ์ของวิธีการประมาณที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่น้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดมาเปรียบเทียบความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น สรุปได้ว่าวิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ แสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 พบว่า วิธีเจฟเฟรย์มีประสิทธิภาพดีเกือบทุกระดับของขนาดตัวอย่างและเกือบทุกค่าพารามิเตอร์ p ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่าง 10 และ พารามิเตอร์ p มีค่าเข้าใกล้ 0.5 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Nattawan [6] วิธีวาลด์แบบปรับ ส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพดีในทุกระดับของขนาดตัวอย่าง และพารามิเตอร์ p มีค่า 0.3 ถึง 0.7 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sarinee [5] วิธี ZL มีประสิทธิภาพดีในเกือบทุกสถานการณ์ ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่าง 10 ในทุกค่าพารามิเตอร์ p ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Kanchana [7] นอกจากนี้กรณีที่ $Y = 0$ หรือ $Y = n$ ไม่สามารถหาค่าของ $\log\left(\frac{\hat{p}}{\hat{q}}\right)$ ได้ และกรณีที่ $\hat{p} = 0.5$ ไม่สามารถหาค่าของ $\hat{\gamma}$ ได้ จึงไม่สามารถหาช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธี ZL ได้ ดังนั้นวิธี ZL จึงไม่เหมาะสมในกรณีดังกล่าว ซึ่งอาจจะต้องมีการปรับสูตร ZL ต่อไปเพื่อแก้ปัญหาใน

ตารางที่ 3 ช่วงความเชื่อมั่น 95% สำหรับพารามิเตอร์ค่าสัดส่วนทวินามที่เหมาะสม ในแต่ละสถานการณ์

ขนาดตัวอย่าง (n)		พารามิเตอร์ p								
		0.1	**0.2**	**0.3**	**0.4**	**0.5**	**0.6**	**0.7**	**0.8**	**0.9**
เล็ก	10	J	J	KJ	AW, KJ	AW, KJ	AW, KJ	KJ	J	J
	20	J	J, ZL, KJ	ALL	ALL	AW, KJ	ALL	ALL	J, ZL, KJ	J
	30	J	ZL	AW, J, ZL	ALL	AW, KJ	ALL	AW, J, ZL	ZL	J
กลาง	70	J, ZL, KJ	J, ZL, KJ	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	J, ZL, KJ	J, ZL, KJ
	90	J, ZL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	J, ZL
	100	ALL	J, ZL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	J, ZL	ALL
ใหญ่	200	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL
	500	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL
	1000	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL	ALL

หมายเหตุ: AW แทน วิธีวาลด์แบบปรับ, J แทน วิธีเจฟเฟรย์, ZL แทน วิธี ZL, KJ แทน วิธี KJ, ALL แทน ทุกวิธี

กรณีดังกล่าวนี้ ส่วนวิธี KJ พบว่า มีประสิทธิภาพดีเกือบทุกสถานการณ์ ยกเว้นกรณีขนาดตัวอย่างเล็ก และพารามิเตอร์ p มีค่า 0.1 หรือ 0.9 นอกจากนี้พบว่า ทุกวิธีจะมีประสิทธิภาพดีเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ในทุกระดับของค่าพารามิเตอร์ p ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sarinee [5] และ Kanchana [7]

5. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาจาก รศ.ดร.จุฑาภรณ์ สินสมบูรณ์ทอง อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ รศ.ดร.ลี่ลี อิงศรีสว่าง อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ได้กรุณาสละเวลาให้ความรู้ คำแนะนำ คำปรึกษา และตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ จนกระทั่งงานวิจัยนี้เสร็จสมบูรณ์ จึงขอกราบขอบพระคุณอย่างสูง และขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ในภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ทุกท่านที่ให้คำแนะนำ และให้ข้อคิดเพื่อนำไปปรับปรุง ทำให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

[1] W. Bodhisuwan, "Statistical inference," in *Principles of Statistics*, 1st ed. Bangkok: V.J. Printing Press, 2017, pp. 195–214 (in Thai).

[2] K. Vanichbuncha, *Statistical analysis*, 8th ed. Bangkok: Chulalongkorn University Press, 2003 (in Thai).

[3] N. Jongsangaklang, P. Ung, and P. Suksawang, "Approximate confidence interval for the difference binomial proportions with adjusted Newcombe hybrid score method," *Thai Science and Technology Journal*, vol. 28, no. 12, pp. 2114–2127, 2020 (in Thai).

[4] S. Visuttipitakul, *Using statistics for process improvement*, 1st ed. Bangkok: TISTR Press, 2002 (in Thai).

[5] S. Khongkun, "A comparison of methods on interval estimation for the binomial parameter," M.S. thesis, Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University, Bangkok, Thailand, 2003 (in Thai).

[6] N. Tiplert, P. Wiboonjaroensri, M. Aomkratoom, I. Tanee, and J. Sinsomboonthong, "Efficiency comparison of the confidence intervals for estimation of a binomial proportion parameter," *Thai Science and Technology Journal*, vol. 24,

no. 5, pp. 706–716, 2016 (in Thai).

[7] K. Kanhan, “Comparison of methods on interval estimation for the binomial proportion,”M.S.thesis,Department of Mathematics, Faculty of Science, Burapha University, Chonburi, Thailand, 2009 (in Thai).

[8] K. Junsik and J. Woncheol, “A generalized Agresti-Coull type confidence interval for a binomial proportion,” *Journal of Korean Statistical Society*, vol. 51, pp. 356–377, 2022.

[9] A. Agresti and B. A. Coull, “Approximate is better than exact for interval estimation of binomial proportions,” *The American Statistician*, vol. 52, no.2, pp. 119–126, 1998.

[10] E.B. Wilson, “Probable inference, the law of succession, and statistical inference,” *The American Statistical Association*, vol. 22, pp. 209–212, 1927.

[11] L.D. Brown, T.T Cai and A. Dasgupta, “Interval estimation for a binomial proportion,” *Statistical Science*, vol. 16, no. 2, pp. 101–133, 2001.

[12] X.H. Zhou, C.M. Li and Z. Yang, “Improving interval estimation of binomial proportions,” *Philos Transact of The Rayal Society A*, vol. 366, no. 1874, pp. 2405–2418, 2008.