



## แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของสมรรถนะทางอากาศโดยใช้แบบจำลองแลนเชสเตอร์

สมบุญรณ์ พัฒนสกุลลอย\* และ เทียนสิริ เหลืองวิไล

โรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราช

\* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 08 9890 5667 อีเมล: somboon\_pa@rtaf.mi.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2023.02.006

รับเมื่อ 21 มกราคม 2565 แก้ไขเมื่อ 16 กุมภาพันธ์ 2565 ตอรับเมื่อ 24 กุมภาพันธ์ 2565 เผยแพร่ออนไลน์ 23 กุมภาพันธ์ 2566

© 2023 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

### บทคัดย่อ

ในงานวิจัยชิ้นนี้ได้พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาเพื่อวิเคราะห์ความแข็งแกร่งของกองกำลังสองฝ่ายที่ลดน้อยลงในการสู้รบระหว่างกันในสมรรถนะการรบทางอากาศ โดยแบบจำลองนี้ถูกพัฒนาต่อยอดมาจากพื้นฐานของแบบจำลองแลนเชสเตอร์ ที่นิยมใช้ในการจำลองการลดถอยลงของกำลังรบในสมรรถนะ ซึ่งแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นมาในงานวิจัยนี้จะมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยของการโจมตีและป้องกันทางอากาศ การตรวจจับและการรับรู้สถานการณ์ การป้องกันตัวเองของอากาศยาน ความสามารถในการเอาตัวรอดของอากาศยาน และความเสื่อมถอยของอากาศยานระหว่างทำการรบ โดยแบบจำลองนี้จะทำให้เห็นพฤติกรรมขั้นพื้นฐานและทำให้มีความเข้าใจในสมรรถนะการรบทางอากาศมากยิ่งขึ้น ซึ่งถือว่าเป็นขั้นตอนที่สำคัญสำหรับการวางแผนยุทธศาสตร์ของการรบ ทางอากาศ การวางแผนการทำภารกิจทางอากาศ โดยเฉพาะการนำมาวิเคราะห์เกมจำลองยุทธ์ทางอากาศเพื่อใช้ในการเรียนการสอนในวิชาการจำลองยุทธ์ทางทหาร นอกจากนี้แล้วแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ถูกพัฒนาขึ้นมาในงานวิจัยนี้ ยังจะสามารถพัฒนาต่อยอดเพื่อใช้ทำนายสถานการณ์ของสมรรถนะการรบทางอากาศในอนาคตได้อีกด้วยเมื่อมีข้อมูลที่เพียงพอในการประมาณค่าตัวแปรต่างๆ

**คำสำคัญ:** แบบจำลองแลนเชสเตอร์ เกมการจำลองยุทธ์ การต่อสู้ด้วยจรวด สมรรถนะทางอากาศ



## Mathematical Modelling of Air Combat by Using Lanchester Model

Somboon Pattanasagulloy\* and Thiansiri Luangwilai

Navaminda Kasatriyadhiraj Royal Air Force Academy, Bangkok, Thailand

\* Corresponding Author, Tel. 08 9890 5667, E-mail: somboon\_pa@rtaf.mi.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2023.02.006

Received 21 January 2022; Revised 16 February 2022; Accepted 24 February 2022; Published online: 23 February 2023

© 2023 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

### Abstract

In this research, a mathematical model has been developed to analyze the attrition in force-on-force aerial warfare. The developed model is extended from Lanchester's attrition laws of warfare that are commonly used for modeling the attrition of two fighting opponents in a battlefield. The proposed model consists of major variable factors involving aerial attacks, air defence, aerial sensor technology and military space situational awareness, aircraft survivability and aero-engine deteriorations over flight missions. The model demonstrates fundamental aspects of air warfare and allows a clearer understanding of the matter. This step provides a crucial element for air warfare strategy, air mission planning along with an analysis of war game simulation for aerial military simulation and training. Moreover, the mathematical model can be expanded for future air combat attrition predictions in the event of data sufficiency to ensure reasonably accurate forecasts.

**Keywords:** Lanchester Model, War Game, Missile Combat, Aerial Warfare

## 1. บทนำ

โลกในยุคปัจจุบัน เทคโนโลยีด้านการจำลองสถานการณ์ (Simulation) ได้เข้ามามีบทบาทสำคัญ ในวงการทหารเป็นอย่างมาก โดยเฉพาะเกมจำลองยุทธ (War Game Simulator) ได้กลายมาเป็นเครื่องมือช่วยฝึกวางแผนการรบทางทหาร ที่ถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลายในกองทัพชั้นนำของโลก แม้แต่ในกองทัพไทย ได้ถูกนำมาใช้ในวิชาการจำลองยุทธทางทหาร ในหลายหลักสูตร เช่น หลักสูตรเสนาธิการทหารเหล่าทัพต่างๆ มาอย่างต่อเนื่อง เป็นเครื่องมือที่ช่วยฝึกให้ผู้ที่จะมาทำหน้าที่ผู้บังคับบัญชา รวมถึงฝ่ายเสนาธิการได้ฝึก วางแผนการรบ หากยุทธที่นำมาซึ่งชัยชนะในยามสงคราม ซึ่งในยุคปัจจุบันที่มีปัจจัยในการวางแผนการรบที่ซับซ้อนมากขึ้น ในการฝึกวิเคราะห์และแก้ปัญหา ในวิชาการจำลองยุทธทางทหารจึงควรมหาเครื่องมืออื่นๆ มาเสริมเพื่อให้ผู้ฝึกได้รับความรู้ความเข้าใจมากขึ้น โดย Novikov [1] ได้อธิบายรูปแบบการจำลองยุทธทางทหารในรูปแบบต่างๆ และได้มีการอธิบายไว้คุณลักษณะไว้อย่างละเอียดในงานของ Novikov [2]

โดยหนึ่งในรูปแบบการจำลองยุทธที่สำคัญ คือ การจำลองการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในสมรภูมิโดยใช้สมการเชิงอนุพันธ์ สมการรูปแบบนี้ได้ถูกนำมาอธิบายอย่างเป็นรูปธรรมครั้งแรกโดย Lanchester [3] ซึ่งใช้สมการเชิงอนุพันธ์สามัญในการอธิบายอัตราการลดจำนวนของแต่ละฝ่ายในสมรภูมิซึ่งโมเดลเหล่านี้เกิดจากการได้รับผลจากสถานการณ์การต่อสู้ทางอากาศ ในสงครามโลกครั้งที่ 1 ทั้งในรูปแบบการยิงแบบเล็งเป้าหมายและการยิงพื้นที่ หลังจากนั้นแล้วแบบจำลองและสมการของ Lanchester [3] ได้มีการถูกนำมาประยุกต์และนำไปใช้กับสถานการณ์ต่างๆ อย่างหลากหลาย เช่น ใช้ในการจำลองการรบในสมรภูมิต่อสู้ขนาดใหญ่ [4], [5] การจำลองพฤติกรรมของสิ่งมีชีวิตในชีววิทยา [6] การจำลองการวิวัฒนาการของสิ่งมีชีวิต [7] การจำลองสถานการณ์ในการดำเนินโฆษณา [8] การจำลองสถานการณ์ในวิดีโอเกม [9] การสงครามกองโจร [10] และสงครามนอกแบบ [11] นอกจากนี้แล้วยังได้มีงานวิจัยเปรียบเทียบแบบจำลองกับข้อมูลของสถานการณ์จริงที่เกิดขึ้นในอดีต [12]-[15]

ในงานวิจัยนี้ได้ดำเนินการพัฒนาต่อยอดแบบจำลอง Lanchester [3] เพื่อใช้ในการจำลองการลดจำนวนของกำลังรบแต่ละฝ่ายในสมรภูมิการรบทางอากาศสมัยใหม่ เพื่อใช้ในการต่อยอดของการฝึกศึกษาและจัดทำระบบเกมจำลองยุทธทางอากาศให้มีความก้าวหน้าขึ้นไป

## 2. วัสดุ อุปกรณ์และวิธีการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมา จากปัจจัยที่ส่งผลต่อการแพ้ชนะในสมรภูมิทางอากาศ โดยใช้ระเบียบวิธีของรุงเงอ-คัททา (Runge-Kutta Method) อันดับสี่ ซึ่งอัลกอริทึมชนิดนี้เป็นที่นิยมในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ค่าเริ่มต้น เพราะมีประสิทธิภาพทั้งด้านความเร็วและความถูกต้องที่อยู่ในเกณฑ์สูง [16] ซึ่งรายละเอียดขั้นตอนของระเบียบวิธีได้อธิบายไว้ใน [17]

โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้พื้นฐานสมการจากทฤษฎีการใช้แบบจำลองแลนเชสเตอร์ ซึ่งสมการเหล่านี้จะสามารถนำมาสนับสนุนเกมจำลองยุทธของสถานการณ์ในสมรภูมิทางอากาศสมัยใหม่ได้ จากนั้นจึงดำเนินการแก้สมการเหล่านั้นด้วยกระบวนการวิเคราะห์เชิงตัวเลขซึ่งอาศัยการคำนวณและทดลองผ่านโปรแกรม Microsoft Excel, Matlab และ Microsoft Visual Studio C++ เพื่อเปรียบเทียบและศึกษาพฤติกรรมของสมรภูมิการรบทางอากาศ

### 2.1 แบบจำลองสมรภูมิทางอากาศ

Lanchester [3] ได้พัฒนาพฤติกรรมการโจมตีแสดงถึงการสู้รบในสถานการณ์ที่แต่ละกำลังรบในฝ่ายน้ำเงิน (แดง) สามารถทำลายและลดกำลังของฝ่ายตรงข้ามได้อย่างมีประสิทธิภาพด้วยอัตราการต่อสู้ที่คงที่ โดยให้ตัวแปรของกองกำลังรบที่เหลือรอดที่เวลา  $t$  ของกองกำลังน้ำเงินและกองกำลังแดง คือ  $B = B(t)$  และ  $R = R(t)$  ตามลำดับ ซึ่งเขาได้เสนอแบบจำลองโมเดลการยิงโดยไม่เล็งเป้าหรือการยิงพื้นที่และโมเดลการเล็งยิง โดยที่  $b, r$  แสดงถึงอัตราเร็วในการทำลายฝ่ายตรงข้ามของหนึ่งกำลังรบของ  $B$  และ  $R$

การยิงโดยไม่เล็งเป้าหรือ Indirect Fire เป็นดังสมการที่ (1) และ (2) คือ



$$\frac{dB(t)}{dt} = -rR(t)B(t) \quad (1) \quad \text{เสื่อมสภาพของอากาศยานในการพร้อมรบ (Aircraft Deterioration) ซึ่งปัจจัยเหล่านี้สามารถอธิบายด้วยสมการ$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = -bB(t)R(t) \quad (2) \quad \text{เชิงอนุพันธ์สามัญในสมการที่ (7) และ (8)}$$

การเลี้ยงยิงหรือ Directed Fire เป็นดังสมการที่ (3) และ (4) คือ

$$\frac{dB(t)}{dt} = -rR(t) \quad (3)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = -bB(t) \quad (4)$$

Komiya [18] ได้ดำเนินการพัฒนาต่อยอดสมการเพื่อใช้ในการพยากรณ์พฤติกรรมสมรรถุที่มีตัวแปรของการโจมตีด้วยจรวด และการป้องกันตัวเองจากจรวด โดยมีสมมุติฐานว่า ทั้งกองกำลังฝ่ายแดงและฝ่ายน้ำเงิน โจมตีซึ่งกันและกันด้วยกำลังทั้งหมดโดยใช้จรวดยิงโจมตีและมุ่งเป้าไปที่กำลังรบที่เหลืออยู่ของฝ่ายตรงข้ามอย่างสม่ำเสมอ กำลังรบทั้งหมดของแต่ละกองกำลังมีความเป็นหนึ่งเดียวกันและมีจุดอ่อนรวมถึงพลังโจมตีเหมือนกัน และกำลังรบทั้งหมดอยู่ในระยะยิงของอีกฝ่ายหนึ่ง โดยใช้สมการดังนี้

$$\frac{dB(t)}{dt} = -r \frac{R(t)}{B(t)} \quad (5)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = -b \frac{B(t)}{R(t)} \quad (6)$$

สมการที่ (5) และ (6) และได้อธิบายปัจจัยที่เกี่ยวข้องโดยละเอียดในงานวิจัยของเขา Komiya [19] โดยงานวิจัยชิ้นนี้จะดำเนินการพัฒนาต่อยอดระบบสมการของเขาให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้นและสามารถรองรับปัจจัยที่สำคัญของสมรรถุการรบทางอากาศในสงครามยุคใหม่ ซึ่งมีหลายปัจจัยที่สำคัญเพิ่มขึ้น นอกจากอากาศยาน และระบบป้องกันตัวเองแล้ว ยังจำเป็นที่จะต้องคำนึงถึง ระบบเรดาร์ การตรวจจับ และการรับรู้สถานการณ์ข้าศึก (Radar, Sensor and Awareness), ระบบป้องกันภัยทางอากาศ หรือระบบต่อต้านจรวด (Area Air Defense Missile System) และการ

$$\frac{dB(t)}{dt} = -J_R W_R S_R A_B R(t) - K_B B(t) \quad (7)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = -J_B W_B S_B A_R B(t) - K_R R(t) \quad (8)$$

โดยได้ดำเนินการจำลองสมรรถุทางอากาศจากการใช้สมการเชิงอนุพันธ์สามัญที่แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงกำลังรบของฝ่ายน้ำเงิน  $B(t)$  และฝ่ายแดง  $R(t)$  ซึ่งอัตราการลดลงของกำลังรบของแต่ละฝ่ายนั้นมาจากขีดความสามารถของปัจจัยต่างๆ ดังนี้ เมื่อ  $J_B$  และ  $J_R$  คือ ความสามารถในการโจมตีของอากาศยานของกองกำลังน้ำเงินและแดง  $W_B$  และ  $W_R$  คือ ความสามารถในการทำลายของจรวดโจมตีของกองกำลังน้ำเงินและแดง  $S_B$  และ  $S_R$  คือ ความสามารถในการตรวจจับข้าศึกและรับรู้สถานการณ์ของกองกำลังน้ำเงินและแดง  $A_B$  และ  $A_R$  คือ อัตราการสูญเสียหลังใช้ความสามารถในการป้องกันจากจรวดโจมตีของข้าศึกของกองกำลังน้ำเงินและแดง  $K_B$  และ  $K_R$  คือ การเสื่อมสภาพของอากาศยานของกองกำลังน้ำเงินและแดง โดยการจำลองสมรรถุทางอากาศในยุคใหม่นั้นจะเป็นระบบโครงข่ายเป็นศูนย์กลาง (Network Centric Operation) ทำให้ผลกระทบตัวแปรแต่ละตัวนั้นจะส่งผลต่อกันและกัน [18]-[20] ในรายละเอียดของแต่ละตัวแปรมีดังนี้

### 2.1.1 ความสามารถในการโจมตีของอากาศยาน ( $J_B, J_R$ )

ใน Mission ของอากาศยานที่เป็นการต่อสู้แบบ Air-to-Air การวิเคราะห์ผลกระทบสูญเสียกรณีนี้ที่กองกำลังฝ่ายน้ำเงิน (B) ในการสู้รบทางอากาศกับกองกำลังฝ่ายแดง (R) จะเป็นไปดังสมการที่ (9) และ(10)

$$J_B = P_{JB} V_{JB} (1 - P_{R0}) \quad (9)$$

$$J_R = P_{JR} V_{JR} (1 - P_{B0}) \quad (10)$$

เมื่อตัวแปรที่เกี่ยวข้องมี  $P_{JB}, P_{JR}$  คือ ความน่าจะเป็น

ในการโจมตีฝ่ายตรงข้ามได้ของอากาศยานฝ่ายน้ำเงินและแดง  $V_{JB}, V_{JR}$  คือ ความเร็วในการบินและความสามารถในการปล่อยจรวดไปยังเป้าหมายของอากาศยานฝ่ายน้ำเงินและแดง และ  $P_{B0}, P_{R0}$  คือ ความน่าจะเป็นในการป้องกันตนเองหรือหลบหลีกจรวดของกองทัพฝ่ายน้ำเงินและแดง เช่น ใช้เป้าลวงแบบวัตถุ (Chaff) เป้าลวงแบบความร้อน (Flare) หรือซึ่งตัวแปรนี้จะขึ้นอยู่กับศักยภาพของอากาศยานแต่ละชนิด

### 2.1.2 ความสามารถในการทำลายของจรวดโจมตี ( $W_B, W_R$ )

lida [21] ได้ประยุกต์พฤติกรรมการยิงแบบเล็งเป้าหมายของ Lanchester [3] เพื่ออธิบายพฤติกรรมการยิงจรวดใส่เป้าหมายตามสมการที่ (11) และ (12) โดยสมการนี้สามารถใช้อธิบายปัจจัยจากการยิงจรวดโจมตีในสมรภูมิทางอากาศในการต่อสู้แบบ Air-to-Air ได้

$$W_B = \frac{P_{WB} V_{WB}}{C_{WB}} \quad (11)$$

$$W_R = \frac{P_{WR} V_{WR}}{C_{WR}} \quad (12)$$

เมื่อ  $P_{WB}, P_{WR}$  คือ ความน่าจะเป็นในการทำลายฝั่งตรงข้ามของจรวดจากอากาศสู่อากาศของฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง ซึ่งค่าของ  $P_{WB}, P_{WR}$  สามารถคำนวณมาจากค่าสายสังหาร (Kill Chain) ที่เป็นกระบวนการที่นำภัยคุกคามในรูปแบบต่างๆ มาทำงานให้สอดคล้องกันเป็นขั้นตอนจนสามารถทำลายหรือสังหารเป้าหมายได้  $V_{WB}, V_{WR}$  คือ ความเร็วในการยิงจรวดของฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง  $C_{WB}, C_{WR}$  คือ จำนวนจรวดที่ยิงถูกเป้าหมายฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดงแล้วเป้าหมายถูกทำลาย โดยในการทำลายอากาศยานนั้นต้องการจำนวนจรวดเพียง 1 ลูกเท่านั้น

### 2.1.3 ความสามารถในการรับรู้ข้อมูลเป้าหมาย ( $S_B, S_R$ )

การรับรู้เป้าหมายและสถานการณ์ทำให้มีรูปแบบยิงแบบเล็งเป้าหมาย แต่ถ้าเห็นเป้าหมายไม่ชัดเจนจะเป็นการยิงแบบสุ่ม ส่วนการเห็นเป้าหมายบางส่วนนั้นได้ถูกพัฒนาสมการอัตราของการรับรู้สถานการณ์โดยที่มาของสมการนี้ได้ถูกอธิบายไว้ใน [11] และ [14] ซึ่งระดับการรับรู้สถานการณ์เกี่ยวกับเป้าหมายของฝ่ายตรงข้ามจึงมีผลต่อผลการต่อสู้โดย

ปัจจัยนี้อธิบายไว้ในสมการที่ (13) และ (14)

$$S_B = \frac{\sigma_B R_0 + (1 - \sigma_B) R(t)}{R_0} \quad (13)$$

$$S_R = \frac{\sigma_R B_0 + (1 - \sigma_R) B(t)}{B_0} \quad (14)$$

เมื่อ  $B_0$  และ  $R_0$  คือ จำนวนเริ่มต้นของกองกำลังฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง  $\sigma_B$  และ  $\sigma_R$  คือ อัตราการรับรู้ตำแหน่งของเป้าหมายข้าศึกของฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงถึงระดับของการรับรู้สถานการณ์ในแต่ละปัจจัยที่แสดงถึงขีดความสามารถในการยิงของแต่ละฝ่าย โดย  $0 \leq \sigma_B, \sigma_R \leq 1$  เมื่อ  $\sigma = 0$  หมายถึง สถานการณ์ที่ไม่มีตำแหน่งเป้าหมายของข้าศึกเลยและ  $\sigma = 1$  หมายถึง การมองเห็นแบบเต็มคือมีข้อมูลที่สมบูรณ์เกี่ยวกับตำแหน่งและสถานะของเป้าหมาย

### 2.1.4 อัตราการสูญเสียหลังใช้ความสามารถในการป้องกันจรวดโจมตีของข้าศึก ( $A_B, A_R$ )

สถานการณ์การสู้รบที่เปรียบเทียบขีดความสามารถในการโจมตีด้วยจรวดและความสามารถในการป้องกันภัยทางอากาศ หรือระบบต่อต้านจรวด (Area Air Defense Missile System) ที่ครอบคลุมพื้นที่ฝ่ายตน เช่น ระบบขีปนาวุธป้องกันการโจมตีทางอากาศ Iron Dome ของอิสราเอล หรือ ระบบต่อต้านขีปนาวุธ THAAD ของอเมริกาที่เป็นเสมือนเกราะป้องกันจากการโจมตี สามารถนำรูปแบบสมการมาขยายผล เพื่อเปรียบเทียบอัตราส่วนการสูญเสียของกองทัพตนเองต่อกองทัพของฝ่ายตรงข้าม ซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนกำลังรบที่เหลืออยู่ที่สร้างความเสียหายให้กับฝ่ายตรงข้ามในการต่อสู้ต่อหน่วยเวลา โดยปัจจัยนี้อธิบายได้ด้วยสมการที่ (15) และ (16)

$$A_B = \frac{1}{\alpha_B B(t)} \quad (15)$$

$$A_R = \frac{1}{\alpha_R R(t)} \quad (16)$$

เมื่อ  $\alpha_B$  และ  $\alpha_R$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของขีดความสามารถ



ในการป้องกันการโจมตีจากจรวดของข้าศึกของฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง โดยที่มาของสมการที่ (15) และ (16) ได้ถูกอธิบายไว้อย่างละเอียดในงานวิจัยของ Komiya [18]

### 2.1.5 การเสื่อมสภาพของอากาศยาน ( $K_B, K_R$ )

ในการระบบเข้าปะทะเต็มกำลังนั้นอากาศยานจะค่อยๆ เสื่อมสภาพลงทำให้ความสามารถในการพร้อมรบลดลงเมื่อเวลาเปลี่ยนไป โดย Bach [22] ได้อธิบายที่มาของปัจจัยการเสื่อมสภาพของกำลังรบและแนวทางในการคำนวณค่าคงที่เหล่านี้ไว้ในงานวิจัยของเขา

## 2.2. การหาคำตอบด้วยการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

ในขั้นตอนการวิเคราะห์นั้นระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ จะถูกดำเนินการหาคำตอบโดยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อหาจำนวนของกองกำลังทั้งสองฝ่ายในแต่ละช่วงเวลา (Time Profile Solution) นอกจากนี้แล้วยังดำเนินการวิเคราะห์อัตราการเปลี่ยนแปลงของ กองกำลังทั้งสองฝ่ายเปรียบเทียบกับตนเอง (Phase Plane Solution) โดยแบบจำลองที่ถูกพัฒนาขึ้นมาในงานวิจัยชิ้นนี้ จะให้คำตอบอยู่ในรูปแบบของรูปทั่วไป ซึ่งถ้าจะนำไปใช้จริงจำเป็นที่จะต้องปรับปรุงค่าตัวแปรต่างๆ ให้เหมาะสมกับค่าเฉพาะของกองกำลังแต่ละฝ่ายและสถานการณ์ที่แตกต่างกันไป แต่อย่างไรก็ตามพฤติกรรมในรูปทั่วไปนั้นเพียงพอที่จะทำให้ผู้วิเคราะห์สามารถมีความรู้ความเข้าใจในสมการการรบทางอากาศได้เป็นอย่างดี

เพื่อให้มีความเข้าใจในสมการการรบทางอากาศยิ่งขึ้นในงานวิจัยชิ้นนี้ได้แยกกลุ่มตัวแปรออกมาตามขีดความสามารถในแต่ละด้าน ดังนี้ คือ

- 1) ด้านการโจมตี (Attack) คือ การรวมกันของตัวแปรในการโจมตี  $P_{JB}V_{JB} \frac{P_{WB}V_{WB}}{C_{WB}}$  และ  $P_{JR}V_{JR} \frac{P_{WR}V_{WR}}{C_{WR}}$
- 2) ด้านความสามารถในการเอาตัวรอดของอากาศยาน (Survivability) คือ ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเอาตัวรอดให้พ้นจากการถูกโจมตีของอากาศยาน  $P_{B0}$  และ  $P_{R0}$
- 3) ด้านการตรวจจับ (Sensor) คือ  $\sigma_B$  และ  $\sigma_R$
- 4) ด้านการป้องกันตัวเอง (Defence) คือ  $\alpha_B$  และ  $\alpha_R$
- 5) การเสื่อมสภาพ (Deterioration) คือ  $K_B$  และ  $K_R$

ซึ่งในงานวิจัยชิ้นนี้ได้ทดลองโดยกำหนดค่าตัวแปรต่างๆ ของฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดง ให้มีค่าเท่ากันเพื่อจำลองการรบขึ้นพื้นฐานก่อน โดยกรณีนี้จะกำหนดค่าตัวแปรต่างๆ ดังนี้

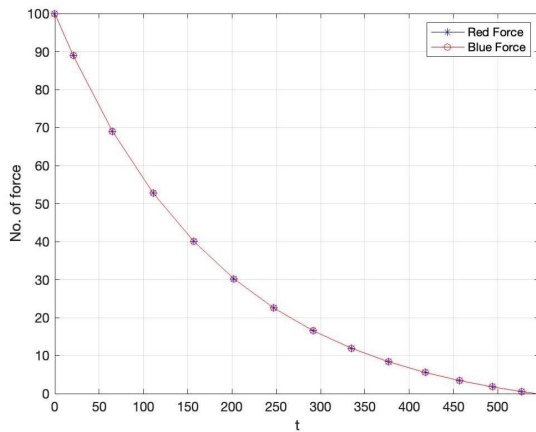
$$P_{JB} = P_{JR} = V_{JB} = V_{JR} = P_{WB} = P_{WR} = V_{WB} = V_{WR} = P_{B0} = P_{R0} = \sigma_B = \sigma_R = \alpha_B = \alpha_R = 0.5, C_{WB} = C_{WR} = 1 \text{ และ } K_B = K_R = 0.005$$

จากนั้นทดลองวิเคราะห์สถานการณ์ที่กองกำลังฝ่ายน้ำเงินมีค่าตัวแปรของขีดความสามารถในแต่ละด้านเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า เพื่อดูว่าจะสามารถมีความได้เปรียบในการรบกับฝ่ายแดงมากเพียงใด และวิเคราะห์ถึงสถานการณ์ที่กองกำลังฝ่ายน้ำเงินมีขีดความสามารถทั้ง 5 ด้าน เพิ่มขึ้นสองเท่าเหนือฝ่ายแดง

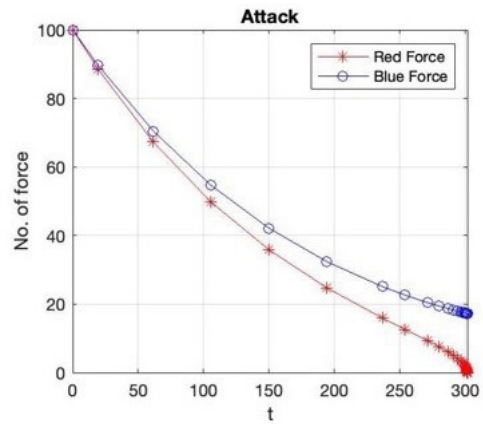
## 3. ผลการทดลอง

ผลจากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญของแบบจำลองสมรภูมิการรบทางอากาศในกรณีแรกที่กองกำลังฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดงมีขีดความสามารถเท่ากัน และมีจำนวนเริ่มต้นเท่ากันอยู่ที่ฝ่ายละ 100 หน่วย โดยแสดงผลที่เทียบกับเวลาไว้ในรูปที่ 1 (ก) ในกรณีนี้ กองกำลังของทั้งสองฝ่ายจะค่อยๆ ลดจำนวนลงและจะเหลือเป็นศูนย์เท่ากันที่เวลา 546 หน่วยเวลา ส่วนใน รูปที่ 1 (ข) จะแสดงผลภาพเปรียบเทียบอัตราส่วนในการลดจำนวนของกองกำลังฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดงเปรียบเทียบกัน เมื่อกองกำลังทั้งสองฝ่ายมีขีดความสามารถเท่ากัน แต่จำนวนแตกต่างกัน โดยแผนภาพแสดงให้เห็นว่า กองกำลังที่มีจำนวนมากกว่าจะสามารถเอาชนะไปได้โดยความเร็วของการลดจำนวนนั้น ฝ่ายที่มีจำนวนน้อยกว่าจะมีอัตราในการลดจำนวนกำลังรบที่เร็วกว่า

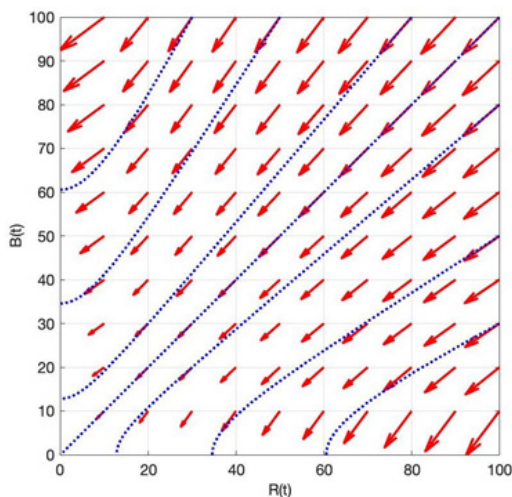
ในรูปที่ 2 แสดงผลของการวิเคราะห์ ในกรณีที่กองกำลังฝ่ายน้ำเงินมีขีดความสามารถในแต่ละด้านเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าเหนือฝ่ายแดงและกรณีสุดท้ายคือกองกำลังฝ่ายน้ำเงินมีขีดความสามารถเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าในทุกๆ ด้าน โดยในทั้ง 6 กรณีนี้ กองกำลังทั้งสองฝ่ายจะมีจำนวนเริ่มต้นเท่ากันคือ 100 จำนวน จากนั้นเมื่อเกิดการสู้รบฝ่ายน้ำเงินจะสามารถเอาชนะได้ในทุกกรณี โดยจะยุติการรบเมื่อฝ่ายแดง



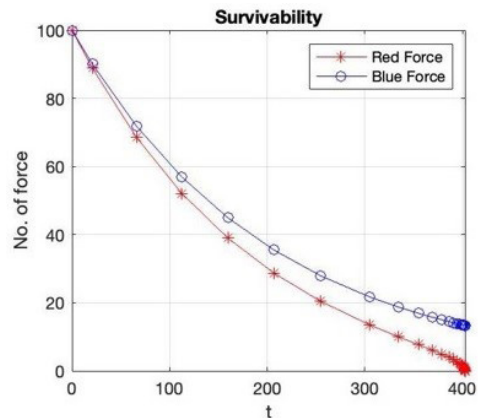
รูปที่ 1 (ก) กราฟแสดงกำลังรบของฝ่ายน้ำเงินและแดง เทียบกับเวลา เมื่อมีขีดความสามารถเท่ากัน



รูปที่ 2 (ก) การโจมตี



รูปที่ 1 (ข) กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงของกำลังทั้งสองฝ่าย เมื่อมีขีดความสามารถเท่ากัน



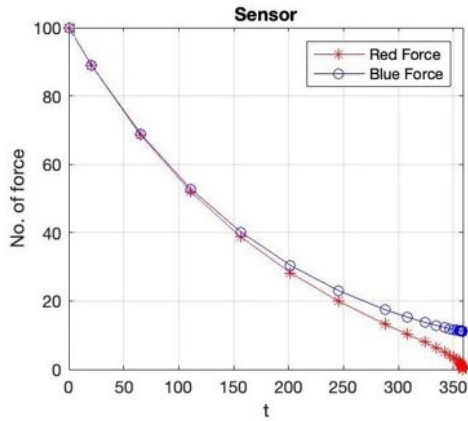
รูปที่ 2 (ข) การเอาตัวรอดของอากาศยาน

เหลือกำลังเป็นศูนย์ โดยใช้เวลาไป 301, 402, 358, 428, 327 และ 185 หน่วยเวลา สำหรับกรณีการเพิ่มขีดความสามารถของฝ่ายน้ำเงินเป็นสองเท่าในด้าน การโจมตี การเอาตัวรอดของอากาศยาน การตรวจจับ การป้องกันตัวเอง การเสื่อมสภาพอากาศยาน และเพิ่มทั้งห้าด้าน ตามลำดับ โดยอัตราส่วนร้อยละของเวลาที่ลดลงของสมรภูมิมื่อเทียบกับกรณีที่ทั้งสองฝ่ายมีขีดความสามารถเท่ากันนั้น (546 หน่วยเวลา) จะแสดงผลอยู่ในรูปที่ 3 (ก) โดยสามารถ

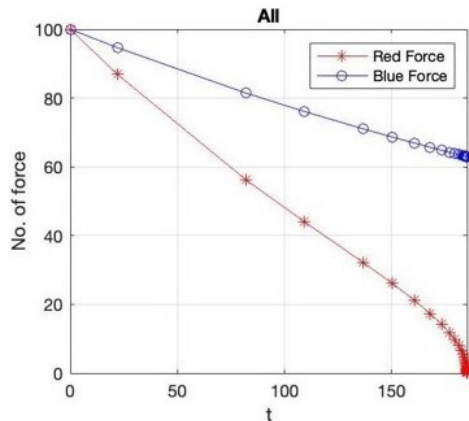
ลดเวลาในการรบลงได้ 44.8, 26.4, 34.4, 21.5, 40.1 และ 66.1 เปอร์เซ็นต์ ส่วนจำนวนของกองกำลังฝ่ายน้ำเงินที่เหลืออยู่หลังจากยุติการรบลงนั้นแสดงอยู่ในรูปที่ 3 (ข) โดยมีจำนวนเหลือในแต่ละกรณีนี้ดังนี้ 17, 13, 11, 9, 37 และ 62 หน่วย ตามลำดับ

รูปที่ 2 (ก)-(ค) เป็นกราฟแสดงกำลังรบของฝ่ายน้ำเงินและแดงเทียบกับเวลา จากกรณีที่ฝ่ายน้ำเงินมีขีดความสามารถเพิ่มขึ้นสองเท่าในแต่ละด้านและเพิ่มทุกด้าน

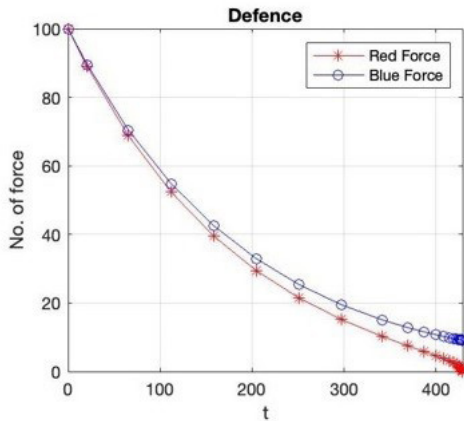
รูปที่ 4 แสดงการเปลี่ยนแปลงของกำลังทั้งสองฝ่ายในกรณีที่ฝ่ายน้ำเงินและฝ่ายแดงมีจำนวนกองกำลังเริ่มต้นต่างๆกันไป โดยในแต่ละรูปย่อยกองกำลังฝ่ายน้ำเงินจะมีขีดความสามารถเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่าในด้าน การโจมตี



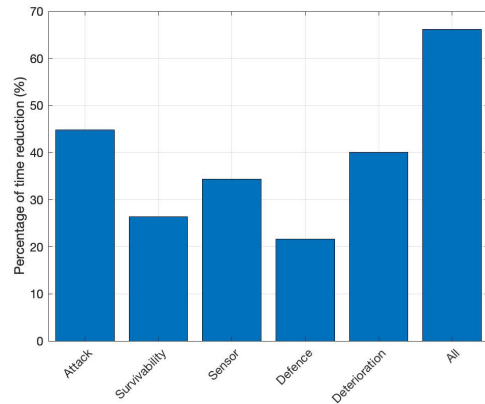
รูปที่ 2 (ค) การตรวจจับ



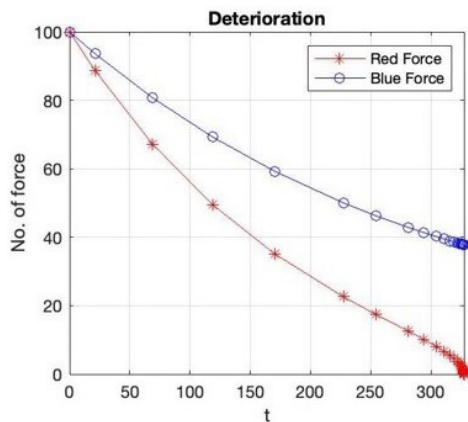
รูปที่ 2 (ด) การเพิ่มทั้ง 5 ด้าน



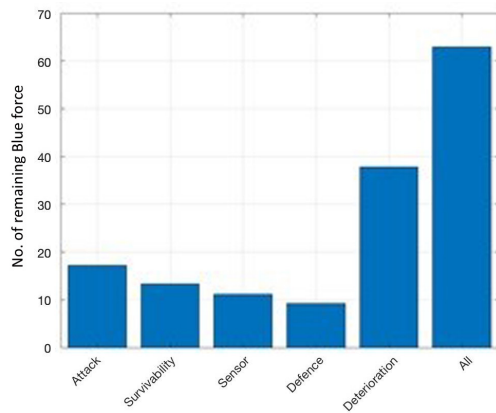
รูปที่ 2 (ง) การป้องกันตัวเอง



รูปที่ 3 (ก) กราฟอัตราส่วนเวลาที่ลดลงจากกรณีที่ฝ่ายน้ำเงินมีขีดความสามารถเพิ่มขึ้น

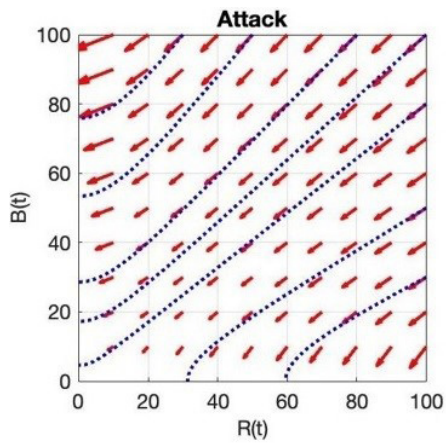


รูปที่ 2 (จ) การเสื่อมสภาพอากาศยาน

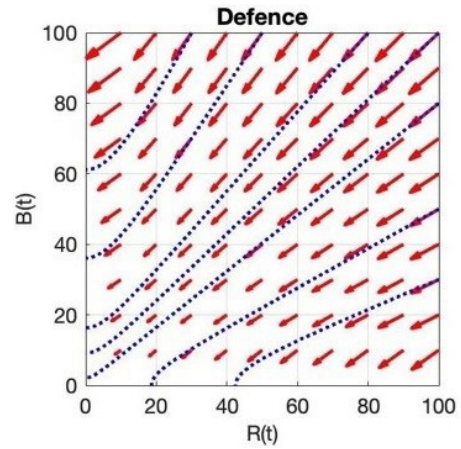


รูปที่ 3 (ข) กราฟแสดงกำลังรบที่เหลืออยู่ของฝ่ายน้ำเงินจากกรณีที่ฝ่ายน้ำเงินมีขีดความสามารถเพิ่มขึ้น

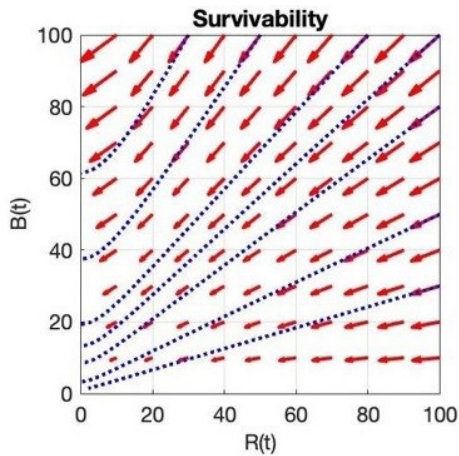




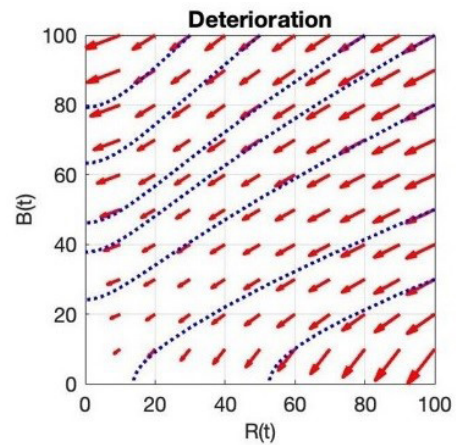
รูปที่ 4 (ก) การโจมตี



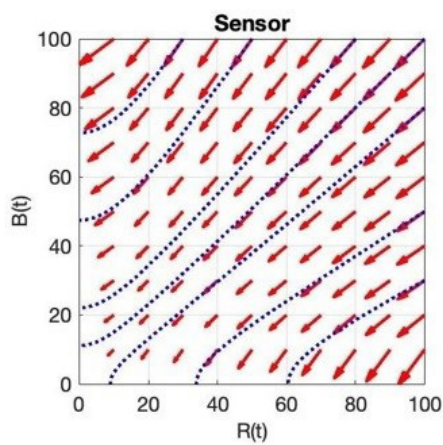
รูปที่ 4 (ง) การป้องกันตัวเอง



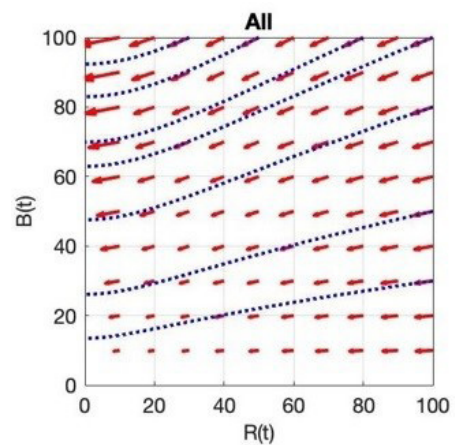
รูปที่ 4 (ข) การเอาตัวรอดของอากาศยาน



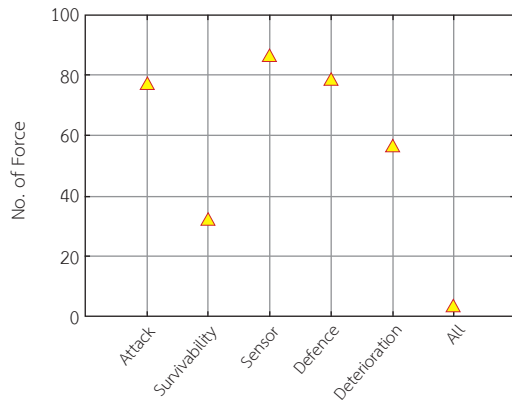
รูปที่ 4 (จ) การเสื่อมสภาพอากาศยาน



รูปที่ 4 (ค) การตรวจจับ



รูปที่ 4 (ฉ) การเพิ่มทั้ง 5 ด้าน



**รูปที่ 5** กราฟแสดงจำนวนกำลังน้อยที่สุดของฝ่ายน้ำเงินที่สามารถเอาชนะกำลังฝ่ายแดง 100 หน่วยจากการเพิ่มขีดความสามารถแต่ละด้าน

การเอาตัวรอดของอากาศยาน การตรวจจับ การป้องกันตัวเอง การเสื่อมสภาพของอากาศยานและเพิ่มเป็นสองเท่าทั้งห้าด้าน โดยจากแผนภาพนี้พบว่า การเพิ่มขีดความสามารถของฝ่ายน้ำเงินเป็นสองเท่าในการตรวจจับมีผลให้กองกำลังฝ่ายน้ำเงินมีความได้เปรียบน้อยสุดในการรบ ซึ่งแผนภาพเปรียบเทียบกำลังทั้งสองฝ่ายนั้น มีความคล้ายกับกรณีที่ทั้งสองฝ่ายมีขีดความสามารถเท่ากันในรูปที่ 2 ส่วนกรณีที่สร้างรายได้เปรียบให้กับกองกำลังฝ่ายน้ำเงินมากที่สุด คือ การเพิ่มขีดความสามารถห้าด้าน การเอาตัวรอดของอากาศยาน และการลดการเสื่อมสภาพของอากาศยานตามลำดับ

จากแผนภาพเปรียบเทียบกองกำลังทั้งสองฝ่ายในรูปที่ 4 นั้นจะสามารถวิเคราะห์หาจำนวนของกองกำลังฝ่ายน้ำเงินที่น้อยที่สุดที่จะยังสามารถเอาชนะกองกำลังฝ่ายแดงจำนวน 100 หน่วยได้ โดยได้ดำเนินการแสดงผลไว้ในรูปที่ 5 ซึ่งผลการวิเคราะห์พบว่า กองกำลังฝ่ายน้ำเงินจำนวนน้อยที่สุด จำนวน 77, 32, 86, 78, 56 และ 4 จำนวน จะยังสามารถเอาชนะกองกำลังฝ่ายแดง 100 หน่วยได้ หากเพิ่มขีดความสามารถในด้าน การโจมตี การเอาตัวรอดของอากาศยาน การตรวจจับ การป้องกันตัวเอง การเสื่อมสภาพของอากาศยานและเพิ่มทั้งห้าด้าน ตามลำดับ

รูปที่ 4 (ก)-(ง) เป็นกราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงของกำลังทั้งสองฝ่ายในกรณีที่ฝ่ายน้ำเงินมีขีดความสามารถเพิ่มเป็นสองเท่าในแต่ละด้าน

#### 4. อภิปรายผลและสรุป

งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการใช้แบบจำลองพื้นฐานของ Lanchester [3] เพื่อจำลองการลดจำนวนกำลังรบของแต่ละฝ่ายในสมรภูมิการรบทางอากาศสมัยใหม่ โดยได้พัฒนาต่อยอดแบบจำลองจากงานวิจัยในหลายด้าน ได้แก่ Komiya [18], [19] ที่มีตัวแปรของการโจมตีและการป้องกันจากจรวดภาคพื้น โดยนำมาใช้ในสถานการณ์การต่อสู้แบบอากาศสู่อากาศ และเพื่อให้สามารถรองรับปัจจัยที่สำคัญอื่นๆ ต่อการรบทางอากาศยุคใหม่ งานวิจัยนี้ได้เพิ่มเติมปัจจัยในการตรวจจับและรับรู้สถานการณ์ของข้าศึกซึ่งประยุกต์รวมกับ Kress [11] รวมถึงความสามารถในการทำลายของจรวด lida [21] และการเสื่อมถอยลงของอากาศยานในช่วงการรบ Bach [22]

โดยงานวิจัยชิ้นนี้ได้วิเคราะห์สถานการณ์กรณีที่กองกำลังทั้งสองฝ่ายมีความสามารถในแต่ละปัจจัยเท่ากัน และในกรณีที่อีกฝ่ายมีขีดความสามารถในแต่ละปัจจัยเพิ่มขึ้น เพื่อแสดงให้เห็นว่าปัจจัยใดจะทำให้ฝ่ายตนมีความได้เปรียบเหนือฝั่งตรงข้ามเพิ่มมากขึ้นเพียงใด โดยแบบจำลองนี้จะสามารถอธิบายพฤติกรรมพื้นฐานของสมรภูมิการรบทางอากาศและสามารถนำไปใช้ในการพยากรณ์สมรภูมิจริงได้ หากแต่ต้องดำเนินการวิเคราะห์หาค่าตัวแปรที่เหมาะสมของสถานการณ์จริงของแต่ละฝ่ายและของแต่ละสมรภูมิเสียก่อน

#### เอกสารอ้างอิง

- [1] D. A. Novikov "Hierarchical models of warfare," *Automation and Remote Control*, Vol. 74, no. 10, pp.1733-1752, 2013.
- [2] A. M. Novikov and D. A. Novikov, "Methodology," *M.: SINTEG*, pp. 668, 2007.
- [3] F. W. Lanchester, "Aircraft in warfare: The dawn of the fourth arm," *Constable and Company Limited*, London, 1916.
- [4] G. G. Brown and A. R. Washburn, "The Fast Theater Model (FATHM)," *Military Operations Research*, vol.12, no. 4, pp. 33-45, 2007.
- [5] H. W. Jones, "COSAGE User's Manual, Volume



- 1-Main Report,” *Army Concepts Analysis Agency Bethesda MD*, April, 1995.
- [6] E. S. Adams and M. Mesterton-Gibbons, “Lanchester's attrition models and fights among social animals,” *Behavioral Ecology*, vol. 14, no. 5, pp. 719–723, 2003.
- [7] D. D. Johnson and N. J. MacKay, “Fight the power: Lanchester's laws of combat in human evolution,” *Evolution and Human Behavior*, vol. 36, no.2, pp. 152–163, 2015.
- [8] S. Jørgensen and S. Sigué, “A lanchester-type dynamic game of advertising and pricing,” *International Series in Operations Research and Management Science*, Springer, vol. 280 pp. 1–14, Jan, 2020.
- [9] M. Stanescu, N. Barriga, and M. Buro, “Using lanchester attrition laws for combat prediction in StarCraft,” in *Eleventh Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment Conference*, Sep, 2015.
- [10] S. J. Deitchman, “A lanchester model of guerrilla warfare,” *Operations Research*, vol. 10, no. 6, pp. 818–827, 1962.
- [11] M. Kress, “Lanchester Models for Irregular Warfare,” *Mathematics*, vol. 8, no. 737, pp. 5, 2020.
- [12] M. Sahni and S. K. Das, “Performance of maximum likelihood estimator for fitting Lanchester equations on Kursk Battle data,” *Journal of Battlefield Technology*, vol. 18, no. 2, pp. 23–30, July, 2015.
- [13] T. W. Lucas and T. Turkes, “Fitting Lanchester equations to the battles of Kursk and Ardennes,” *Naval Research Logistics (NRL)*, vol. 51, no. 1, pp. 95–116, 2004.
- [14] N. MacKay, C. Price, and A. J. Wood, “Weight of shell must tell: A Lanchestrian reappraisal of the battle of Jutland,” *History*, vol. 101, no. 347, pp. 536–563, 2016.
- [15] P. R. Syms, “Validating Lanchester models: The first 60 years,” *UK OFFICIAL*, 2017.
- [16] P. Bogacki and L. F. Shampine, “An efficient runge-kutta (4,5) pair.” *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 32, no. 6, pp. 15–28, 1996.
- [17] H. Musa, S. Ibrahim, and M. Y. Waziri, “A simplified derivation and analysis of fourth order Runge Kutta method.” *International Journal of Computer Applications*, vol. 9, no. 8, pp. 51–55, Nov, 2010.
- [18] T.Komiya and K. Iida “Deterministic Lanchester models of missile warfare Part II : Evaluation models taking account of the areal anti-air defense and scouting & fire control abilities,” *National Defense Academy*, vol. 42, no. 2, pp. 2–10, 2004.
- [19] T. Komiya, “Lanchester model,” *Sankeisha*, Nagoya, Japan, pp. 46–53, 2019.
- [20] J. X. Liu, S. H. Xu, J. S. Gao, and Y. Q. Yuan, “An integrated network/firepower operation model based on Lanchester equation,” *Vibroengineering PROCEDIA*, vol.17, pp. 112–117, April, 2018.
- [21] K. Iida, “Theory of Operation research applied for nation defense,” *Sankeisha*, Nagoya, Japan, pp. 181–187, 2002.
- [22] R. E. Bach Jr, L. Dolansky, and H. L. Stubbs, “Some recent contributions to the Lanchester theory of combat,” *Operations Research*, vol.10, no. 3, pp. 314–326, 1962.

