การวิเคราะห์และพัฒนาตัวแบบภายในเพื่อคำนวณเงินกองทุนเพื่อความมั่นคงที่บริษัทประกันภัยต้องดำรงไว้

อาทิตย์ อินทรสิทธิ์[1]* นวรัตน์ เอกก้านตรง[2] และ ครรชิต เชื้อขำ[3]

บทคัดย่อ

กรอบกำกับเงินกองทุนของประเทศยุโรป Solvency II มีผลบังคับใช้กับบริษัทประกันภัยที่อยู่ในกลุ่มประเทศสหภาพยุโรปหรือ EU ในส่วนของประเทศไทยโดยสำนักงานคณะกรรมการกำกับและส่งเสริมการประกอบธุรกิจประกันภัย (คปภ.) กำลังพัฒนากรอบกำกับดูแลธุรกิจประกันภัยตามแนวทาง Solvency II ด้วยเช่นกัน บทความวิชาการฉบับนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่ออภิปรายและนำเสนอตัวแบบมาตรฐานตามกรอบ Solvency II ในเชิงคณิตศาสตร์และการวิเคราะห์เพื่อสร้างตัวแบบภายในเฉพาะสำหรับบริษัทประกันภัยบริษัทใดบริษัทหนึ่งเพื่อคำนวณเงินกองทุนที่บริษัทประกันภัยต้องดำรงไว้เพื่อความมั่นคง การคำนวณเงินกองทุนดังกล่าวนี้เป็นองค์ประกอบหลักที่สำคัญองค์ประกอบหนึ่งในเสาหลักที่ 1 ใน Solvency II

คำสำคัญ: กรอบกำกับความมั่นคง Solvency II เงินกองทุนที่ต้องดำรงเพื่อความมั่นคง เงินกองทุนตามระดับความเสี่ยง ตัวแบบภายในมูลค่าความเสี่ยง

[1] อาจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี

[2] อาจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

[3] อาจารย์ คณะพาณิชยศาสตร์และการจัดการ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตตรัง

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 073-312179 อีเมล: iarthit@bunga.pn.psu.ac.th

รับเมื่อ 29 สิงหาคม 2556 ตอบรับเมื่อ 25 ธันวาคม 2556

Analysis and Development of Internal Models to Calculate Solvency Capital Requirement for Insurance Company

Arthit Intarasit[1]* Nawarat Ekkarntrong[2] and Khanchit Chuarkham[3]

Abstract

Solvency II, a European capital framework, has been primarily enforced to be used among European Union insurance companies. On behalf of the Office of Insurance Commission (OIC) of Thailand, the capital framework has been developed according to Solvency II. This article aims at discussing and proposing the mathematical standardized model based on the Solvency II framework, and analyse the development of an internal model for calculating solvency capital requirements, designed for one particular company. This calculation is regarded as one of the fundamental components of Pillar I of Solvency II.

Keywords: Solvency II, Solvency Capital Requirement (SCR), Risk Based Capital, Internal models, Value-at-Risk

1 Lecturer, Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science and Technology, Prince of Songkla University, Pattani Campus.

2 Lecturer, Department of Mathematics, Faculty of Science, Khon Kaen University.

3 Lecturer, Faculty of Commerce and Management, Prince of Songkla University, Trang Campus.

* Corresponding Author, Tel. 073-312179, E-mail: iarthit@bunga.pn.psu.ac.th

Received 29 August 2013; Accepted 25 December 2013

1. บทนำ

ความเสี่ยง หมายถึงความสูญเสียหรือความเสียหายที่อาจจะเกิดขึ้นได้ในอนาคต ซึ่งอาจเกิดจากสาเหตุต่าง ๆ ในธุรกิจประกันภัยการทำประกันภัยเป็นการถ่ายโอนความเสี่ยงจากผู้เอาประกันภัยไปสู่บริษัทประกันภัย กล่าวคือ ผู้เอาประกันภัยชำระเบี้ยประกันภัย ณ ปัจจุบัน เพื่อสิทธิความคุ้มครองที่จะได้รับในอนาคต ซึ่งเป็นภาระผูกผันที่บริษัทประกันภัยจะต้องให้ผลประโยชน์หรือจ่ายค่าสินไหมทดแทนตามเงื่อนไขที่ระบุไว้ในกรมธรรม์ประกันภัย

เมื่อมองในมุมของบริษัทประกันภัย บริษัทประกันภัยมีความเสี่ยงหลายอย่างที่ต้องเผชิญ เช่น ความเสี่ยงที่เกิดจากการที่บริษัทประกันภัยจะต้องจ่ายค่าสินไหมทดแทนสูงกว่าเงินสำรองที่ตั้งไว้ ความเสี่ยงที่เกิดจากการนำเบี้ยประกันภัยที่ได้รับไปลงทุน แต่ผลตอบแทนที่ได้รับต่ำกว่าที่บริษัทคาดหวังไว้ เป็นต้น ความเสี่ยงอย่างแรกเรียกว่า ความเสี่ยงจากการรับประกันภัย (Underwriting Risk) ส่วนความเสี่ยงอย่างหลังเรียกว่า ความเสี่ยงด้านตลาด (Market Risk)

โดยปกติบริษัทประกันภัยจะต้องตั้งเงินสำรอง (Reserve) ไว้เพื่อรองรับความสูญเสียหรือเป็นค่าสินไหมทดแทนที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในอนาคต อย่างไรก็ตามบริษัทประกันภัยอาจเผชิญความเสี่ยงที่รุนแรงจนเกิดความสูญเสียขนาดใหญ่มากกว่าเงินสำรองที่ได้ประเมินไว้ ซึ่งอาจส่งผลให้บริษัทไม่สามารถคุ้มครองผู้เอาประกันภัยและมีผลกระทบต่อผู้ถือหุ้นในบริษัทประกันภัยได้ ด้วยเหตุนี้บริษัทประกันภัยจำเป็นต้องดำรงเงินกองทุน (Capital) ซึ่งถือว่าเป็นปราการด่านสำคัญเพื่อรองรับความเสี่ยงอีกชั้นหนึ่ง อีกทั้งยังเป็นหลักประกันในความมั่นคงของบริษัทอีกด้วย

เมื่อพิจารณาในงบดุลของบริษัท “เงินกองทุน” หมายถึงส่วนที่เกิดจากมูลค่าสินทรัพย์หักออกด้วยมูลค่าหนี้สิน กล่าวได้ว่า บริษัทต้องดำรงเงินกองทุนให้มีมูลค่าเพียงพออยู่เสมอเพื่อให้มีความสามารถในการคุ้มครองผู้เอาประกันและชำระหนี้ได้ นอกจากนี้ IAIS (International Association of Insurance Supervisors) ได้ให้นิยามเงินกองทุนว่า หมายถึงผลรวมของเงินกองทุนชั้นที่ 1 และเงินกองทุนชั้นที่ 2 ซึ่งมีคุณลักษณะดังนี้

กองทุนชั้นที่ 1 มีคุณลักษณะ 4 ประการคือ

1. ต้องเป็นแหล่งเงินทุนถาวรของบริษัทประกันภัย และต้องไม่มีข้อจำกัดในการใช้

2. สามารถนำไปใช้รองรับผลการขาดทุนที่อาจเกิดขึ้นจากการประกอบธุรกิจประกันภัยได้

3. ต้องไม่บังคับให้บริษัทประกันภัยจ่ายผลตอบแทนอย่างไม่มีเงื่อนไข

4. ในกรณีที่บริษัทประกันภัยต้องปิดกิจการ ผู้เป็นเจ้าของเงินทุนจะต้องมีบุริมสิทธิ์ในสินทรัพย์ของบริษัทต่ำกว่าบุริมสิทธิ์ของผู้ถือกรมธรรม์และเจ้าของหนี้รายอื่น ๆ ส่วนกองทุนชั้นที่ 2 เป็นกองทุนที่ขาดคุณลักษณะบางประการของกองทุนชั้นที่ 1 และมีขนาดของกองทุนไม่เกินกองทุนชั้นที่ 1 ทั้งนี้ศึกษารายละเอียดเพิ่มเติมได้จาก [1]

ในธุรกิจประกันภัยการดำรงเงินกองทุนของบริษัทประกันภัยจึงมีความสำคัญเป็นอย่างมากและอยู่ในความสนใจของประเทศต่าง ๆ ทั่วโลก ดังจะเห็นได้จากที่หน่วยงานกำกับธุรกิจประกันภัยทั่วโลกได้พัฒนาและเสนอกรอบการดำรงเงินกองทุนเศรษฐกิจ (Economic Capital Frameworks) ขึ้นเพื่อส่งเสริมให้ธุรกิจประกันภัยมีศักยภาพ ส่งเสริมให้เกิดการแข่งขันในแวดวงธุรกิจประกันภัย และส่งเสริมให้บริษัทประกันภัยมีการจัดการความเสี่ยงที่มีประสิทธิภาพอีกด้วย ตัวอย่างกรอบการดำรงเงินกองทุนในประเทศต่าง ๆ เป็นดังนี้

ตารางที่ 1 ตัวอย่างกรอบการดำรงเงินกองทุนในประเทศต่างๆ

ประเทศ	กรอบการดำรงเงินกองทุน
สหราชอาณาจักร	Individual Capital Assessment
สวิตเซอร์แลนด์	Swiss Solvency Test
สหภาพยุโรป	Solvency II
ออสเตรเลีย นิวซีแลนด์	Standard 4360
สหรัฐอเมริกา	C3 Phase II

ในส่วนของประเทศไทย ตั้งแต่วันที่ 1 ก.ย. 2554 ได้เริ่มบังคับใช้กรอบการดำรงเงินกองทุนตามความเสี่ยง (Risk Based Capital: RBC) โดยใช้แบบจำลองมาตรฐาน (Standardized Approach) ทุกบริษัทประกันภัยใช้แฟกเตอร์ความเสี่ยงไปในแนวเดียวกัน โดยไม่สะท้อนความเสี่ยงที่เกิดขึ้นจริงในแต่ละบริษัท ถึงแม้ว่าได้มีการพิจารณาถึง ความเสี่ยงด้านเครดิต ความเสี่ยงด้านตลาด ความเสี่ยงด้านสภาพคล่อง และความเสี่ยงด้านการปฏิบัติการเป็นต้นแล้วก็ตาม แต่ยังไม่ได้พิจารณารวมถึง การจัดสรรสัดส่วนน้ำหนักสินทรัพย์ในพอร์ตการลงทุนของบริษัทตลอดจนการบริหารสินทรัพย์และหนี้สิน เป็นต้น

เพื่อให้การคำนวณเงินกองทุนเพื่อความมั่นคงที่บริษัทประกันภัยต้องดำรงไว้สะท้อนถึงความเสี่ยงเฉพาะของแต่ละบริษัทมากขึ้นตลอดจนมุ่งเน้นการบริหารความเสี่ยงและการควบคุมฐานะทางการเงินของบริษัท หน่วยงานกำกับจึงมีแนวโน้มที่จะพัฒนากรอบกำกับตามแนวทางของกรอบ Solvency II มากยิ่งขึ้น ด้วยเหตุนี้ในบทความฉบับนี้จึงมุ่งศึกษาการวิเคราะห์และพัฒนาวิธีการคำนวณเงินกองทุนเพื่อความมั่นคงที่บริษัทประกันภัยต้องดำรงไว้ตามกรอบ Solvency II ในเชิงคณิตศาสตร์

กรอบกำกับ Solvency II ได้รับการพัฒนาโดยคณะกรรมการกำกับดูแลธุรกิจและบำเหน็จบำนาญของยุโรป (CEIOPS) และได้รับอิทธิพลอย่างมากจากกรอบกำกับทางการเงินและธนาคาร Basel II ทั้งนี้ได้มีการนำร่างกรอบกำกับ Solvency II เข้าพิจารณาถึงระดับรัฐสภาของประเทศในทวีปยุโรปอีกด้วย

กรอบกำกับดูแลธุรกิจประกันภัยตามแนวทาง Solvency II ระบุว่าบริษัทประกันภัยสามารถคำนวณเงินกองทุนเพื่อความมั่นคงที่บริษัทประกันภัยต้องดำรงไว้ หรือ SCR โดยใช้สูตรมาตรฐาน (Standard Formula) ตามที่ CEIOPS ได้กำหนดกฎเกณฑ์ไว้ ซึ่งมีรายละเอียดในเอกสารการศึกษาผลกระทบเชิงปริมาณ (Quantitative Impact Study: QIS) หรือใช้ตัวแบบภายใน (Internal Model) ที่บริษัทประกันภัยพัฒนาขึ้นมาเองเพียงบางส่วนหรืออย่างสมบูรณ์ก็ได้โดยต้องได้รับความเห็นชอบจากผู้มีอำนาจ การให้บริษัทประกันภัยสามารถใช้ตัวแบบภายในได้นี้จัดเป็นแนวคิดใหม่ที่ไม่ปรากฏในกรอบกำกับอื่นๆ

2. นิยาม SCR อย่างชัดแจ้ง

มาตรา 101 ในเอกสารของ CEIOPS [2] กำหนดให้สามารถคำนวณ SCR ได้จากการประเมินความเสี่ยงที่ได้คาดการณ์ไว้โดยใช้เมเซอร์ประเมินความเสี่ยงที่รู้จักกันเป็นอย่างดีคือ มูลค่าความเสี่ยง (Value at Risk: VaR) ที่ระดับความเชื่อมั่น 99.5% ในช่วงเวลา 1 ปี

Devineau and Loisel [3], Floreani [4] และ Ohlsson and Lauzeningks [5] เป็นนักวิจัยกลุ่มแรกที่ได้ให้นิยาม SCR อย่างชัดเจนในเชิงคณิตศาสตร์ โดยเมื่อกำหนดให้ N_t แทนผลต่างระหว่างมูลค่าสุทธิของสินทรัพย์กับหนี้สิน ณ เวลา t ใดๆ และ SCR ตามมาตรา 101 เป็นดังนี้

$$\mathrm{SCR}_0 := \mathrm{VaR}_{0.995}\left(N_0 - v\,(0,1)\,N_1\right)$$

โดยที่ $\mathrm{VaR}_{0.995}$ แทนมูลค่าความเสี่ยงที่ระดับความเชื่อมั่น 99.5% และ $v\,(0,1)$ แทนแฟกเตอร์ส่วนลด (Discount Factor) ในช่วงเวลา 1 ปี สังเกตว่าเมื่อแฟกเตอร์ส่วนลดเปลี่ยนไปจะได้นิยาม SCR ที่แตกต่างกันดังนี้ เช่น

$$\mathrm{SCR}_0 := \mathrm{VaR}_{0.995}\left(N_0 - v^{rl}\,(0,1)\,N_1\right)$$
$$\mathrm{SCR}_0 := \mathrm{VaR}_{0.995}\left(N_0 - v^{co}\,(0,1)\,N_1\right)$$

โดยที่ $v^{rl}\,(0,1)$ แทนแฟกเตอร์ค่าส่วนลดซึ่งใช้อัตราดอกเบี้ยที่ปราศจากความเสี่ยงที่เกิดในช่วงเวลา $[0,\,1]$ และ $v^{co}\,(0,1)$ แทนแฟกเตอร์ค่าส่วนลดที่เกี่ยวข้องกับกำไรจากทุนที่บริษัทประกันภัยได้รับจากสินทรัพย์ในช่วงเวลา $[0,\,1]$

ภายใต้ข้อสมมุติที่ว่าได้มีการประเมินราคาสินทรัพย์และหนี้สินโดยวิธีการประเมินที่มีความเสี่ยงเป็นกลาง (Risk-Neutral Valuation) และสมมุติอีกด้วยว่ามีเมเซอร์มาร์ทิงเกล $\mathbb{Q}$ Kochanski [6] ได้นิยาม SCR ดังนี้

$$SCR_0 := VaR_{0.995}(E_{\mathbb{Q}} - (v^{rl}(0,1)N_1) - v^{rl}(0,1)N_1)$$

ส่วน Bauer และคณะ [7] ได้นิยาม SCR ตามหมายเหตุข้อที่ 64 ในเอกสาร [1] ซึ่งกำหนดให้สามารถประเมิน SCR ได้จากการคำนวณทุนที่บริษัทประกันภัยควรจะดำรงไว้ที่ระดับความเชื่อมั่นอย่างน้อย 99.5% ดังนี้

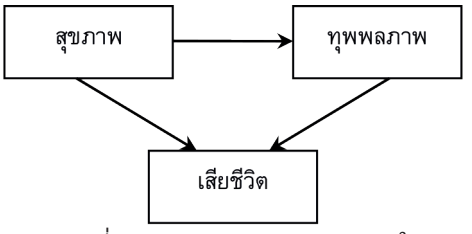
$$SCR_0 := \inf\{N_0 \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(N_1 \geq 0) \geq 0.995\}$$

ผู้อ่านที่มีความสนใจบทพิสูจน์ความสมมูลระหว่างนิยามของ SCR ตามมาตรา 101 และหมายเหตุข้อที่ 64 และการพิสูจน์ความต้องกัน (Consistency) ของบทนิยามทั้ง 4 แบบข้างต้นสามารถศึกษาได้จากบทความของ Christiansen และ Niemeyer [8]

3. เงินสำรองความเสี่ยงสำหรับประกันชีวิต

กรมธรรม์แบบบำนาญ (Annuity) เป็นกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบหนึ่งที่เป็นสัญญาทางการเงินระหว่างบริษัทประกันภัยกับผู้ซื้อหรือผู้เอาประกันภัย (Insured) ซึ่งอาจเรียกว่าผู้รับบำนาญ (Annuitant) โดยผู้เอาประกันภัยจะชำระเบี้ยประกันภัย (Premium) ให้กับบริษัทประกันภัยเพื่อแลกกับเงินบำนาญที่จะได้รับในอนาคต ผู้เอาประกันภัยอาจชำระเบี้ยประกันภัยเพียงครั้งเดียวหรือชำระเบี้ยประกันภัยอย่างสม่ำเสมอหลายๆ งวด ให้กับบริษัทประกันภัยก็ได้ เมื่อถึงเวลาตามสิทธิคุ้มครองผู้เอาประกันภัยอาจเลือกรับบำนาญแบบรายเดือน รายไตรมาส รายหกเดือน หรือรายปีตลอดชีวิตตามจำนวนปีที่ระบุไว้ในกรมธรรม์

ขอให้พิจารณากรมธรรม์บำเหน็จบำนาญเพิ่มพูน (Enhanced Pension Plan) กรมธรรม์หนึ่ง ซึ่งเป็นกรมธรรม์ที่มีความคุ้มครองทั้งการประกันชีวิต การประกันสุขภาพ และการประกันการทุพพลภาพ โดยผู้เอาประกันภัยจะมีความคุ้มครองทั้ง 3 แบบในกรมธรรม์เดียวกัน เมื่อเกิดเหตุการณ์ตามความคุ้มครองกรมธรรม์จะให้ความคุ้มครองตามแต่ละสถานการณ์ที่เกิดขึ้น การเปลี่ยนแปลงสถานะความคุ้มครองทั้ง 3 แบบเป็นไปดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 การเปลี่ยนแปลงสถานะความคุ้มครองในกรมธรรม์บำเหน็จบำนาญเพิ่มพูน

S. Leventesi and M. Menzietti [9] ได้อธิบายการเปลี่ยนแปลงสถานะความคุ้มครองทั้ง 3 แบบในกรมธรรม์ดังกล่าวข้างต้นด้วยกระบวนการสโตแคสติก ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้ กำหนดให้ $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ เป็นปริภูมิความน่าจะเป็นซึ่งแทนความไม่แน่นอนของเหตุการณ์ต่างๆ ที่อาจจะเกิดขึ้นในอนาคต ซึ่งหมายถึงโดเมนของกระบวนการสโตแคสติกหรือตัวแปรสุ่มต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับตัวแบบที่เราจะได้นำเสนอต่อไป

เมื่อพิจารณาเวลาแบบดีสครีต $t \in \{0, 1..., T\}$ ในช่วงเวลาปิด $[0,T]$ โดยที่ T เป็นจำนวนเต็ม สมมุติให้การเปลี่ยนแปลงของสถานะความคุ้มครองของผู้เอาประกันภัยคนใดคนหนึ่ง ณ เวลา t ใดๆ เป็นไปตามกระบวนการมาร์คอฟ (Markov Process) ซึ่งแทนด้วย $(S_t)_{t=0,1,2,...,T}$ ที่มีปริภูมิสถานะ (State Space) $S = \{1, 2, 3\}$ เมื่อ 1 แทนความคุ้มครองสุขภาพ 2 แทนความคุ้มครองกรณีทุพพลภาพ และ 3 แทนการประกันชีวิตในกรณีการเสียชีวิต โดยมีการเปลี่ยนแปลงสถานะความคุ้มครองทั้ง 3 สถานะตามรูปที่ 1

ความน่าจะเป็นแบบถ่ายทอด (Transition Probability) ของสถานะความคุ้มครองของผู้เอาประกันภัยจากสถานะ i เมื่ออายุ x ไปยังสถานะ j เมื่ออายุ $x + t$ แทนด้วย ${}_t p_x^{ij} = \mathbb{P}(S_t = j \mid S_0 = i)$ โดยที่ $t \in [0, T]$, $i, j \in S$ และ $i \neq j$ ความน่าจะเป็นแบบถ่ายทอดคำนวณได้จากสมการ Capman-Kolmogorov ดังนี้ สำหรับเวลา $t = 1, 2..., T$

$$
\begin{aligned}
{}_t p_x^{11} &= {}_{t-1} p_x^{11} \cdot p_{x+t-1}^{11} \\
{}_t p_x^{12} &= {}_{t-1} p_x^{12} \cdot p_{x+t-1}^{22} + {}_{t-1} p_x^{11} \cdot p_{x+t-1}^{12} \\
{}_t p_x^{22} &= {}_{t-1} p_x^{22} \cdot p_{x+t-1}^{22}
\end{aligned}
$$

และ ${}_tp_x^{13} = 1 - {}_{t-1}p_x^{11} - {}_tp_x^{12}$ และ ${}_tp_x^{23} = 1 - {}_tp_x^{22}$

โดยที่ p_x^{ij} แทนความน่าจะเป็นรายปี

เมื่อกำหนดให้ D_x^{ij} แทนจำนวนผู้เอาประกันภัยที่มีอายุ x ในปีที่ t ซึ่งเปลี่ยนจากสถานะ i ไปยัง j $(i \neq j)$ ภายในเวลา 1 ปี $l_{x,t}^i$ แทนจำนวนผู้เอาประกันภัยที่มีอายุ x ในปีที่ t ซึ่งยังคงมีชีวิตอยู่และมีสถานะ i แล้ว ความน่าจะเป็นรายปี $p_{x,t}^{ij}$ สำหรับ $i \neq j$ คำนวณได้จากสูตร $p_{x,t}^{ij} = D_x^{ij} / l_{x,t}^i$ และ $p_{x,t}^{ii}$ คำนวณ

ได้จากสูตร $p_{x,t}^{ii} = l_{x+1,t+1}^i / l_{x,t}^i$

สมมุติว่ากรมธรรม์บำเหน็จบำนาญเพิ่มพูนชนิดนี้เป็นกรมธรรม์บำนาญชนิดหนึ่งที่ผู้เอาประกันภัยจะต้องชำระเบี้ยประกันภัยเพียงครั้งเดียวเพื่อแลกกับสิทธิคุ้มครองในการประกันสุขภาพในการเบิกจ่ายค่ารักษาพยาบาลด้วยอัตรา b_t^1 ณ ปีที่ t ในกรณีที่ผู้เอาประกันภัยมีปัญหาด้านสุขภาพและได้รับอัตราค่าตอบแทน $b_t^2 > b_t^1$ ในกรณีที่ผู้เอาประกันภัยเกิดทุพพลภาพ

กำหนดให้ n_t^i แทนจำนวนของผู้เอาประกันภัยที่มีสถานะ i ณ เวลา t เราสนใจที่จะวิเคราะห์มูลค่าพอร์ตของบริษัทประกันภัยซึ่งมีผู้เอาประกันภัยบำเหน็จบำนาญเพิ่มพูนเป็นจำนวน n_0^1 ซึ่งแทนจำนวนผู้เอาประกันภัยทุกคนที่มีสถานะ 1 ณ เวลา $t = 0$ และมีอายุ x ปี

กำหนดให้ T แทนอายุคุ้มครองสูงสุดของกรมธรรม์ซึ่งเกี่ยวข้องกับเวลาที่เหลืออยู่ของผู้เอาประกันภัยที่มีอายุปัจจุบัน x ปี และ $d(0, t)$ แทนแฟกเตอร์ส่วนลด ซึ่งนิยามเป็นมูลค่าปัจจุบัน ณ เวลา $t = 0$ ของเงิน 1 หน่วยในอนาคต t กำหนดให้ V_t^1 และ V_t^2 แทนมูลค่าเงินสำรองความเสี่ยง (Risk Reserve) ทางเทคนิคที่บริษัทประกันภัยเตรียมไว้ให้ผู้เอาประกันภัยตามสิทธิคุ้มครองที่ระบุไว้ในกรมธรรม์ในอนาคต t เมื่อผู้เอาประกันภัยอยู่ในสถานะ 1 และ 2 ตามลำดับและคำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้

$$V_t^1 = b_t^1 a_{x+t}^{11} + b_t^2 a_{x+t}^{12} \text{ และ } V_t^2 = b_t^2 a_{x+t}^{22}$$

โดยที่ $a_{x+t}^{ij} = \sum_{h=1}^{\omega-x} {}_hp_x^{ij} \cdot d(0,h),\ \forall i, j \in 1,2$ เมื่อ ω แทนอายุสูงสุดที่เป็นไปได้ของผู้เอาประกันภัย

เราสมมุติว่าในการตั้งมูลค่าเบี้ยประกันภัยและเงินสำรองที่บริษัทประกันภัยกันไว้ ณ ปัจจุบันตามสิทธิคุ้มครองที่ผู้เอาประกันภัยจะได้รับในอนาคตนั้นคำนวณบนปริภูมิความน่าจะเป็นเดียวกัน คือ $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ และโดยหลักสมมูล (Equivalent Principle) เรากำหนดได้ว่า เบี้ยประกันภัยเริ่มต้นที่ผู้เอาประกันภัยชำระให้บริษัทประกันภัยเพียงครั้งเดียวซึ่งแทนด้วย π_0 มีค่าเท่ากับเงินสำรองที่บริษัทประกันภัยเตรียมไว้ให้ผู้เอาประกันภัยตามสิทธิคุ้มครองที่ระบุไว้ในกรมธรรม์ในอนาคต t เมื่อผู้เอาประกันภัยอยู่ในสถานะ 1 นั่นคือ $\pi_0 = V_0^1$

เราจะพิจารณาตัวแบบของกระบวนการใดๆ ณ เวลา $t \in \{0, 1, ...T\}$ โดยกำหนดให้ U_t แทนกระบวนการทุนสำรองความเสี่ยง (Risk Reserve Process) ณ เวลา t ใดๆ และ $\prod_t$ แทนมูลค่าของรายได้จากเบี้ยประกันภัย ณ เวลา t ใดๆ

ตามข้อสมมุติที่ว่า ผู้เอาประกันภัยบำเหน็จบำนาญเพิ่มพูนแต่ละคนชำระเบี้ยประกันภัยเพียงครั้งเดียว เราจึงประมาณ $\prod_t$ ได้จากผลคูณของจำนวนผู้เอาประกันภัยทุกคนที่มีสถานะ 1 ณ เวลา $t = 0$ เมื่ออายุ x ปี ซึ่งแทนด้วย n_0^1 กับเบี้ยประกันภัยที่ผู้เอาประกันภัยชำระให้บริษัทประกันภัยเพียงครั้งเดียว ณ เวลา $t = 0$ ซึ่งแทนด้วย π_0 ดังนั้น $\prod_0 = n_0^1 \pi_0$ และ $\prod_t = 0, \forall t \in \{1, \ldots, T\}$

เมื่อกำหนดให้ B_t แทนจำนวนของกระแสเงินทุน (Capital Flows) ณ เวลา $t, K_t > 0$ หมายถึงบริษัทประกันภัยที่มีการจ่ายเงินปันผล $K_t < 0$ หมายถึงบริษัทประกันภัยต้องเพิ่มทุนจากผู้ถือหุ้นของบริษัทประกันภัย ในขณะนี้เรายังไม่พิจารณาถึงต้นทุนค่าใช้จ่ายและค่าภาษีต่างๆ เมื่อกำหนดให้ A_t แทนมูลค่าสินทรัพย์ในพอร์ตของบริษัทประกันภัย ซึ่งมีตัวแบบดังนี้

$$A_t = A_{t-1} + J_t - B_t + K_t$$

โดยที่ J_t แทนผลตอบแทนรวมจากการลงทุนในสินทรัพย์ในช่วงเวลา $(t - 1, t)$ และ $B_t = b_t^1 \cdot n_t^1 + b_t^2 \cdot n_t^2$

มูลค่าสินทรัพย์ตั้งต้นของพอร์ตประมาณได้จากผลรวมของเบี้ยประกันภัยที่ได้รับจากผู้เอาประกันภัยกับทุนเริ่มต้นของบริษัท นั่นคือ $A_0 = \prod_0 + K_0$

เรากำหนดให้กระบวนการทุนสำรองความเสี่ยงเป็นไปตามตัวแบบดังนี้ สำหรับทุก $t = \{0, 1, 2,...T\}$

$$U_t = U_{t-1} + \prod_t + J_t - B_t - \Delta V_t + K_t \qquad (1)$$

โดยที่ ΔV_t แทนส่วนเพิ่มรายปีในเชิงเทคนิคเมื่อ V_t แทนค่าประมาณที่ดีที่สุดของมูลค่าเงินสำรองทางเทคนิค ทั้งนี้เรามีข้อสมมุติว่า V_t เป็นผลบวกของจากค่าประมาณที่ดีที่สุดของแต่ละ $n_t^i \cdot V_t^i$ นั่นคือ

$$V_t = \sum_{i=1,2} n_t^i \cdot V_t^i$$

4. สูตร SCR แบบมาตรฐานสำหรับประกันชีวิต

เราจะประเมิน SCR สำหรับกรณีของบริษัทประกันชีวิตโดยการพิจารณาเฉพาะความเสี่ยงจากการรับประกันภัย (Underwriting Risk) ซึ่งหมายถึงความเสี่ยงที่บริษัทประกันภัยไม่มีเงินเพียงพอที่จะคุ้มครองผู้เอาประกันภัยอันอาจจะเกิดจากการคำนวณหรือตั้งเงินสำรองความเสี่ยงไม่เพียงพอ โดยไม่รวมถึงความเสี่ยงอื่นๆ (Potential Risk) ที่อาจจะมีผลกระทบต่อกำไรของบริษัทที่จะเกิดขึ้นในอนาคต

ตามข้อกำหนดรายการทางเทคนิค QIS5 [10] ได้นิยาม $\mathrm{SCR}_{\mathrm{life}}$ โดยพิจารณาความเสี่ยงจากการเปลี่ยนแปลงของทุนที่เกิดจากความเสี่ยงย่อยในประกันชีวิต (Life Sub-Risk) โดยมีสูตรการคำนวณดังนี้

$$\mathrm{SCR}_{\mathrm{life}} = \sqrt{\sum_{r,c} \mathrm{CorrLife}_{r,c} \times \mathrm{Life}_r \times \mathrm{Life}_c} \qquad (2)$$

โดยที่ Life_r และ Life_c แทนการเปลี่ยนแปลงของทุนที่เกิดจากความเสี่ยงย่อยอันเกิดจากการรับประกันชีวิตตามแถว r และคอลัมน์ c ในเมทริกซ์ CorrLife โดยที่ $\mathrm{CorrLife}_{rc}$ เป็นสมาชิกในเมทริกซ์ CorrLife

ในที่นี้ความเสี่ยงจากการรับประกันชีวิตจะประกอบด้วยความเสี่ยงย่อยเพียง 2 ชนิดคือความเสี่ยงจากการทรงชีพ (Longevity Risk) ซึ่งหมายถึงความเสี่ยงจากการที่ผู้เอาประกันภัยมีอายุยืนยาวและความเสี่ยงจากการที่ผู้เอาประกันภัยเกิดทุพพลภาพ (Dis-ability Risk) โดยมีเมทริกซ์สหสัมพันธ์ระหว่างความเสี่ยงทั้ง 2 ชนิดดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงเมทริกซ์สหสัมพันธ์ระหว่างความเสี่ยงทั้ง 2 ชนิด

CorrLife	**$\mathrm{Life}_{\mathrm{long}}$**	**$\mathrm{Life}_{\mathrm{dis}}$**
$\mathrm{Life}_{\mathrm{long}}$	1	0
$\mathrm{Life}_{\mathrm{dis}}$	0	1

ดังนั้นจาก (2) ได้ว่า

$$\mathrm{SCR}_{\mathrm{life|Underwriting\ Risk}} = \sqrt{\sum_{\mathrm{long,dis}} \mathrm{CorrLife}_{\mathrm{long,dis}} \times \mathrm{Life}_{\mathrm{long}} \times \mathrm{Life}_{\mathrm{dis}}}$$

โดยที่ $\mathrm{Life}_{\mathrm{long}}$ แทนการเปลี่ยนแปลงของทุนอันเกิดจากความเสี่ยงจากการทรงชีพและ $\mathrm{Life}_{\mathrm{dis}}$ แทนการเปลี่ยนแปลงของทุนอันเกิดจากความเสี่ยงทุพพลภาพ

5. ตัวแบบภายในเพื่อประเมิน SCR ในประกันชีวิต

เราทราบแล้วว่า ตามกรอบกำกับ Solvency II ได้อนุญาตให้พัฒนาตัวแบบภายในเพื่อประเมิน SCR โดยใช้หลักเกณฑ์หรือกฎที่แตกต่างจากตัวแบบมาตรฐานตามกรอบแนวคิดที่ CEIOPS ได้ระบุไว้ ในที่นี้เราจะนำเสนอตัวแบบภายในเพื่อใช้คำนวณ SCR บนแนวคิดที่แตกต่างกัน 3 แนวทาง โดยกำหนดให้เงิน กองทุนเพื่อความมั่นคงที่บริษัทต้องดำรงไว้ในแต่ละตัวแบบแทนด้วย $\mathrm{SCR}_t^*(\alpha)$ ในช่วงเวลา $[0, t]$ ที่ระดับความเสี่ยง α

มูลค่าความเสี่ยง ณ เวลา $t \in \{0, 1...,T\}$ ที่ระดับความเสี่ยง α ของกระบวนการเสี่ยง L ใดๆ นิยามดังนี้

$$\mathrm{VaR}_\alpha(L,t) := -L_t(1-\alpha)$$

โดยที่ $L_t(1-\alpha)$ แทน $(1-\alpha)$ -ควอร์ไทล์ของกระบวนการความเสี่ยง L ที่เวลา t ซึ่งนิยามดังนี้

$$L_t(1-\alpha) = \inf\{l \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(L_t \le l) \ge \alpha\}$$

สำหรับกรณีของบริษัทประกันชีวิตเราสมมุติว่ากระบวนการทุนสำรองความเสี่ยง U_t เป็นไปตามพลวัติ (1) เรานิยาม SCR ตามมาตรา 101 ได้จากการประเมินความเสี่ยงแบบ VaR ของกระบวนการความเสี่ยง U ณ เวลา t ใดๆ ที่ระดับความเสี่ยง α ดังนี้

$$\mathrm{SCR}_t^{\mathrm{VaR}}(\alpha) = \mathrm{VaR}_\alpha(U,t)\, d(0,t)$$

Olivieri และ Pitacco [11] ได้นิยาม SCR ด้วยการประเมินความเสี่ยงแบบ Tail VaR ที่เป็นเมเซอร์ความเสี่ยงแบบ Coherent ซึ่งมีเสถียรภาพมากกว่าเมเซอร์ความเสี่ยงแบบ VaR, Tail VaR ของกระบวนการความเสี่ยง U_t ณ เวลา t ใดๆ ที่ระดับความเสี่ยง α นิยามได้ดังนี้

$$\mathrm{TVaR}_\alpha(t) = \mathbb{E}[U_t \,|\, U_t \le \mathrm{VaR}_\alpha(U,t)]$$

โดยที่ $\mathbb{E}$ แทนฟังก์ชันค่าคาดหมายและนิยาม SCR ดังนี้

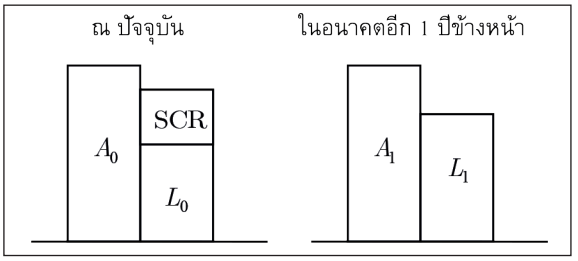
$$\mathrm{SCR}_t^{\mathrm{VaR}}(\alpha) = \mathrm{TVaR}_\alpha(U,t)\, d(0,t)$$

กำหนดให้ตัวแปรสุ่มซึ่งเรียกว่า Ruin Time ของพอร์ตที่มูลค่าเริ่มต้น $U_0 = u$ เป็นดังนี้

$$\tau_u = \inf\{t : U_t < 0 \,|\, U_0 = u\}$$

โดยที่ $t \in \{0, 1..., T\}$ Rolski และคณะ [12] ได้นิยามความน่าจะเป็นแบบรูอิน (Ruin Probability) ในกรณีเวลาจำกัดดังนี้

$$\Psi_u(t) = \mathbb{P}(\tau_u \le t)$$



รูปที่ 2 แผนภาพแสดงบัญชีงบดุล

เนื่องจากมูลค่าทุนสำรองความเสี่ยงต้องไม่เป็นลบสำหรับทุกค่า $t \in \{0, 1..., T\}$ ด้วยเหตุนี้จึงต้องกำหนดให้ทุนสำรองมีค่าไม่มากกว่าระดับที่ยอมรับได้ นั่นคือ

$$\mathrm{SCR}_t^{\Psi}(\alpha) = \inf\{U_0 \ge 0 \,|\, \Psi_0(t) < 1-\alpha\}$$

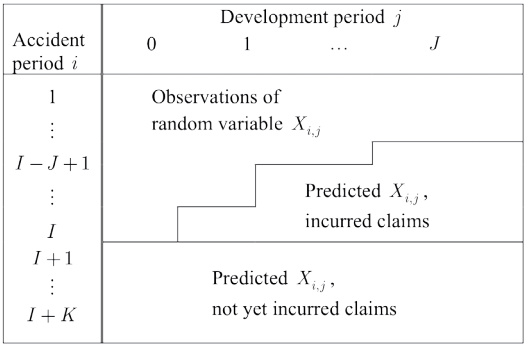
6. การประเมินความเสี่ยงในประกันวินาศภัย

แนวคิดของการพัฒนาตัวแบบภายในเพื่อคำนวณ SCR สำหรับบริษัทประกันวินาศภัยจะพิจารณาจากการเปลี่ยนแปลงของทุนซึ่งคำนวณได้จากมูลค่าความเสี่ยงที่เกิดจากผลต่างระหว่างมูลค่าสินทรัพย์และหนี้สินของบริษัทที่เปลี่ยนแปลงไปภายในเวลา 1 ปี โดยใช้มูลค่าปัจจุบันของกระแสสินทรัพย์และหนี้สินในการประมาณความเสี่ยงที่อาจจะเกิดขึ้น รายละเอียดเป็นดังนี้

สมมุติว่าบัญชีงบดุล ณ ปัจจุบันและในอนาคตอีก 1 ปีข้างหน้าของบริษัทประกันวินาศภัยแสดงดังรูปที่ 2 เมื่อ A_t และ L_t แทนมูลค่าสินทรัพย์และหนี้สินตาม ลำดับ โดยที่ $t=0$ แทนเวลาเริ่มต้นและ $t=1$ แทนเวลาในอนาคตอีก 1 ปีข้างหน้า

ในที่นี้เราคำนวณสินทรัพย์และหนี้สินของบริษัทประกันวินาศภัยจากค่าสินไหมทดแทนค้างจ่าย (Outstanding Claim Liabilities) ซึ่งคำนวณได้จากตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทน (Claim Development Triangles) เราจะเริ่มด้วยการนำเสนอข้อสมมุติและสัญลักษณ์ที่เกี่ยวข้องเป็นดังนี้

ขอให้พิจารณาถึงบริษัทประกันวินาศภัยที่จำหน่ายกรมธรรม์ประกันวินาศภัยประเภทต่างๆ เป็นจำนวน N กรมธรรม์ โดยแต่ละกรมธรรม์มีอายุ 1 ปี และมีเวลา



รูปที่ 3 ตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทน

ในการจำหน่ายกรมธรรม์ทุกกรมธรรม์เท่ากัน เราแบ่งแต่ละปีอุบัติเหตุ (Accident Year) ออกเป็น K ระยะเวลาอุบัติเหตุ (Accident Period) และกำหนดให้แต่ละระยะเวลาอุบัติเหตุมีขนาดเท่ากัน กำหนดให้ I แทนลำดับที่ของระยะเวลาอุบัติเหตุ ณ ปัจจุบันและ J แทนลำดับที่สุดท้ายของระยะเวลาการพัฒนา (Development Period) กำหนดให้ i แทนลำดับที่ของระยะเวลาอุบัติเหตุโดยที่ $i \in \{1,...,I\}$ และ j แทนลำดับที่ของระยะเวลาพัฒนาโดยที่ $j \in \{0,...,J\}$ ดังนั้นแต่ละกรมธรรม์จะมีตารางพัฒนาการค่าสินไหมทดแทนที่สร้างขึ้นหนึ่งตารางเพื่อประเมินเงินสำรองสำหรับจ่ายค่าสินไหมทดแทนให้กับผู้เอาประกันภัยที่ถือกรมธรรม์ประเภทนี้ ซึ่งมีลักษณะดังรูปที่ 3

เราประมาณค่าสินไหมทดแทนที่ยังไม่เกิดขึ้นของบริษัทประกันวินาศภัย ณ เวลา t ได้จาก

$$X_t = \sum_{n=1}^{N} \sum_{(i,j)\in S_t} X_{ij}^{n} \qquad (3)$$

โดยที่ $t = I + 1,..., I + J + K$ และ
$S_t := \{(i, j) : \max(t - J, 1) \le i \le \min(t, I + K), j = t - i\}$
กำหนดให้

$$\mathrm{X} := (X_{I+1},... X_{I+J+}L)^T$$

แทนเวกเตอร์กระแสข้อมูลของค่าสินไหมทดแทนค้างจ่าย ณ ปัจจุบัน

กำหนดให้ $\mathcal{F}_t$ แทนข้อมูลที่สามารถเข้าถึง ณ เวลา t และ $d(I, t)$ คือมูลค่าปัจจุบันของหุ้นกู้ที่ไม่มีดอกเบี้ย (Zero-Coupon Bond) ณ เวลาเริ่มต้น I โดยมีเงินต้นเท่ากับหนึ่งหน่วยและครบกำหนดในอนาคต ณ เวลา t หรือคือแฟกเตอร์ส่วนลด ซึ่งใช้คำนวณหามูลค่าปัจจุบันของเงินหนึ่งหน่วย ณ เวลาเริ่มต้น $t = 0$ โดยคูณแฟกเตอร์นี้กับจำนวนเงินที่เกิดขึ้นในอนาคต t

สมมุติว่าสินทรัพย์ทั้งหมดของบริษัทประกันวินาศภัยเป็นหุ้นกู้ที่ไม่มีดอกเบี้ยซึ่งมีอายุ 1 ปีและมีหุ้นกู้บางตัวอาจจะถูกไถ่ถอนไปเพื่อใช้ชำระหนี้สินค้างจ่าย

กำหนดให้ L_t แทนมูลค่าหนี้สินของบริษัทประกันวินาศภัย ณ เวลา t เมื่อกำหนดให้เวลา $t = I$ และ $t = I + K$ แทนเวลา ณ ปัจจุบันและในเวลาอีก 1 ปีข้างหน้าตามลำดับ เราใช้ค่าประมาณที่ไม่เอนเอียงที่ดีที่สุด (Best Unbiased Estimate) ของมูลค่าปัจจุบันของหนี้สินความสูญเสียค้างจ่ายแทนด้วยมูลค่าหนี้สินค้างจ่ายทั้งหมดของบริษัท ดังนี้

$$L_u = BE_u := \sum_{t=u+1}^{I+J+K} d(u,t)\,\hat{\mathbb{E}}[X_t \mid \mathcal{F}_u]$$

โดยที่ $u = I, I + K$ เมื่อ X_t คำนวณตามสูตร (3)

กำหนดให้ A_t แทนมูลค่าสินทรัพย์ของบริษัทประกันวินาศภัย ณ เวลา t แล้วผลต่างระหว่างมูลค่าสินทรัพย์ของบริษัท ณ เวลาปัจจุบันกับมูลค่าหนี้สินเมื่อถึงกำหนดชำระหนี้ในอนาคตอีก 1 ปี เป็นมูลค่าสินทรัพย์ของบริษัทเมื่อครบเวลา 1 ปี นั่นคือ

$$A_{I+K} = \frac{A_I}{d(I, I+K)} - \sum_{t=I+1}^{I+K} \frac{X_t}{d(I, I+K)}$$

มูลค่าการเปลี่ยนแปลงของสินทรัพย์ในพอร์ตของบริษัทประกันวินาศภัยในช่วงเวลา 1 ปีจะมีค่าเท่ากับ

$$A_{I+K} - L_{I+K}$$

บริษัทวินาศภัยจะมีมูลค่าสินทรัพย์เพียงพอต่อการจ่ายหนี้สินถ้ามูลค่าความเสี่ยงมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0

นั่นคือ $\mathrm{VaR}_{0\,95}(A_{I+K} - L_{I+K}) \le 0$ โดยที่ VaR แทนเมเซอร์ของมูลค่าความเสี่ยง ณ ระดับความเชื่อมั่น 95% ซึ่งสมมูลกับ

$$A_{I+K} \ge L_{I+K} + \mathrm{VaR}_{0\,95}(\Delta) \qquad (4)$$

โดยที่ $\Delta := A_{I+K} - \frac{A_I}{d(I,I+K)} - \left(L_{I+K} - \frac{L_I}{d(I,I+K)}\right)$

7. ตัวแบบ SCR มาตรฐานในประกันวินาศภัย

สูตรที่ใช้คำนวณ SCR สำหรับบริษัทประกันวินาศภัยจะจำแนกตามประเภทของความเสี่ยงที่จะพิจารณา ซึ่ง CEIOPS ได้ให้สูตรการคำนวณตลอดจนวิธีการแคลิเบรตพารามิเตอร์ต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง ถ้าต้องการคำนวณ SCR เมื่อพิจารณาเฉพาะความเสี่ยงจากการรับประกัน (Underwriting Risk) จะต้องพิจารณาความเสี่ยงย่อยที่เกิดจากเบี้ยประกันภัย (Premium Risk) และเงินสำรอง (Reserve Risk) ความเสี่ยงที่เกิดจากการขาดอายุกรมธรรม์ (Lapse Risk) และความเสี่ยงที่เกิดจากเหตุการณ์มหันตภัย (Catastrophe Risk) อย่างไรก็ตามในเบื้องต้นเราจะละความเสี่ยงสองอย่างหลังไว้ก่อน โดยจะพิจารณาเฉพาะความเสี่ยงอย่างแรกเท่านั้น ความเสี่ยงจากเบี้ยประกันภัย หมายถึงความเสี่ยงจากการที่ประเมินค่าเบี้ยประกันภัยต่ำเกินไป และความเสี่ยงจากเงินสำรองหมายถึงความเสี่ยงจากการที่เงินสำรองสำหรับค่าสินไหมทดแทนไม่เพียงพอ

นอกจากนี้ในการประเมินความเสี่ยงยังต้องพิจารณาถึงประเภทการรับประกันภัย (Lines of Business: LoB) อีกด้วย CEIOPS [13] ได้จำแนกประเภทการรับประกันภัยออกเป็นหลายประเภท เช่น ประกันอุบัติเหตุ ประกันสุขภาพ ประกันภัยรถยนต์ ประกันภัยทางเรือ และประกันอัคคีภัย เป็นต้น

สำหรับแต่ละประเภทการรับประกันภัยจะแทนด้วย ℓ และกำหนดให้ $V_R^{(\ell)}$ แทนมูลค่าของค่าสินไหมทดแทนที่เกิดขึ้นแล้ว (Outstanding Incurred Claims) แต่ยังไม่รายงาน ซึ่งประมาณโดย $V_R^{(\ell)} = BE_R^{(\ell)}$ และให้ $V_P^{(\ell)}$ แทนมูลค่าของค่าสินไหมทดแทนที่คาดว่าจะเกิด ขึ้นในอนาคต ซึ่งประมาณโดย $V_P^{(\ell)} = \gamma^{(\ell)} \cdot BE_P^{(\ell)}$

กำหนดให้ $V^{(\ell)}$ แทนผลบวกของมูลค่าทั้งสองนี้ กล่าวคือ $V^{(\ell)} = V_R^{(\ell)} + V_P^{(\ell)}$ ดังนั้นมูลค่าของค่าสินไหมทดแทนทั้งหมดที่คาดว่าจะเกิดขึ้นของบริษัทประกันภัย ซึ่งแทนด้วย V นิยามเป็นผลบวกของทุกมูลค่าของประเภทการรับประกันภัย นั่นคือ สำหรับทุก $1 \le \ell \le N$ แล้ว

$$V = \sum_{\ell=1}^{N} V^{(\ell)}$$

กำหนดให้ $\sigma^{(\ell)}$ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใน LoB ที่ ℓ คำนวณได้จากสูตร

$$\sigma^{(\ell)} = \frac{1}{V^{(\ell)}}\left(\left(\sigma_R^{(m)} V_R^{(m)}\right)^2 + 2\rho\sigma_R^{(m)}\sigma_P^{(\ell)} V_R^{(m)} V_P^{(\ell)} + \left(\sigma_P^{(\ell)} V_P^{(\ell)}\right)^2\right)^{1/2}$$

เมื่อ $\sigma_R^{(m)}$ และ $\sigma_P^{(\ell)}$ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความเสี่ยงจากเบี้ยประกันภัยและเงินสำรองของ LoBs ที่ ℓ และ ρ แทนสหสัมพันธ์ระหว่างความเสี่ยงจากการเบี้ยประกันภัยและเงินสำรอง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรวม σ คำนวณจากสูตร

$$\sigma = \frac{1}{V}\left(\sum_{\ell}\sum_{m} \rho_{\ell m}\sigma^{(\ell)}\sigma^{(m)}V^{(\ell)}V^{(m)}\right)^{1/2}$$

เมื่อ $\sigma^{(\ell)}$ แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ LoB ที่ ℓ และ $\rho_{\ell m}$ แทนสหสัมพันธ์ระหว่าง LoBs ที่ ℓ และ m

สูตรมาตรฐานการคำนวณ SCR เมื่อพิจารณาความเสี่ยงจากเบี้ยประกันภัยและเงินสำรองเป็นดังนี้

$$\mathrm{SCR}_{NL} = V \cdot g(\sigma) \qquad (5)$$

โดยที่ $g(\sigma) := \left(\frac{e^{\mathcal{N}_{0.995}\sqrt{\log(\sigma^2+1)}}}{\sqrt{\sigma^2+1}} - 1\right)$ เมื่อ $N_{0.995}$ แทน 0.995 ควอร์ไทล์ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน (ซึ่งมีค่าโดยประมาณ $N_{0.995} \approx 2.58$) และ V เป็นมูลค่าสิน ไหมทดแทนสุทธิทั้งหมดที่คาดว่าจะเกิดขึ้นและ σ แทนผลรวมของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานสำหรับแต่ละ LoB

8. ตัวแบบ SCR ภายในประกันวินาศภัย

เมื่อพิจารณาพอร์ตของบริษัทประกันวินาศภัยบริษัทหนึ่งซึ่งประกอบด้วยสินทรัพย์ที่ปราศจากความเสี่ยงและสินทรัพย์ที่มีความเสี่ยง จากอสมการ (4) เรานิยาม SCR เป็นจำนวนเงินต่ำสุดที่ทำให้มูลค่าสินทรัพย์ ปัจจุบันของบริษัทประกันวินาศภัยมีค่ามากกว่ามูลค่าหนี้สินสุทธิ ดังนั้นจึงนิยาม SCR ด้วยมูลค่าความเสี่ยง VaR ของมูลค่าการเปลี่ยนแปลง Δ ที่นิยามตามสูตร (5) ในช่วงเวลาอีก 1 ปีข้างหน้า (ช่วงเวลาระหว่าง I ถึง $I+K$) ที่ระดับความเสี่ยง σ นั่นคือ

$$\mathrm{SCR}_I^*(\alpha) = \mathrm{VaR}_\alpha(\Delta, I)$$

ซึ่งสมมูลกับ

$$\mathrm{SCR}_I^*(\alpha) = BE_I \Delta_I(1-\alpha) \qquad (6)$$

โดยที่ $\Delta_I(1 - \alpha)$ แทน $(1 - \alpha)$ ควอร์ไทล์ของกระบวนการความเสี่ยง $-(d(I, I + K)\Delta) / BE_I$ ที่เวลา I

ถ้าตัวแปรสุ่ม Δ มีการแจกแจงแบบปกติและฟังก์ชัน $g(\sigma)$ เป็น 0.995 ควอร์ไทล์ฟังก์ชันของ Δ แล้ว $g(\sigma) = N_{0.995}\,\sigma \approx 2.58\,\sigma$ อย่างไรก็ตามสำหรับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่เหมาะสมฟังก์ชัน g ที่นิยามใน (5) มีค่าระหว่าง $2.7\,\sigma$ ถึง $3.1\,\sigma$ จึงกล่าวได้ว่า การใช้ตัวแบบมาตรฐานตามสูตร (5) อยู่ภายใต้ข้อสมมุติที่ว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบหางอ้วน (Fat Tail) มากกว่าจะเป็นการแจกแจงแบบปกติ ด้วยเหตุนี้เราสามารถมองสูตร (5) ในอีกรูปแบบหนึ่งได้ดังนี้

$$\mathrm{SCR}_{NL} = V \cdot \Delta_I(0.005)$$

ซึ่งมีความคล้ายคลึงกับสูตร (6) อย่างมาก ณ ระดับความเสี่ยง $\alpha = 0.995$

9. สรุป

บทความวิชาการฉบับนี้ได้นำเสนอและอภิปรายถึงแนวคิดในการสร้างและพัฒนาตัวแบบภายในเชิงคณิตศาสตร์เพื่อประเมินเงินกองทุนที่ต้องดำรงเพื่อความมั่นคงหรือ SCR ตามกรอบกำกับ Solvency II ในกรณีของประกันชีวิตได้อธิบายถึงการผูกสมการของกระบวนการทุนสำรองความเสี่ยง และได้อธิบายการใช้ตัวแบบมาร์คอฟในการจำลองการเปลี่ยนแปลงสถานะความคุ้มครองของผู้เอาประกันภัยในแต่ละสถานการณ์ที่เกิดขึ้น โดยกำหนดให้มี 3 สถานะ ได้แก่ ความคุ้มครองการประกันชีวิต การประกันสุขภาพ และการประกันการทุพพลภาพ และได้เสนอสูตรการคำนวณความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนแปลงสถานะความคุ้มครองทั้ง 3 แบบ ต่อจากนั้นได้อภิปรายถึงสูตร SCR แบบมาตรฐานที่ CEIOPS กำหนดโดยใช้เมเซอร์มูลค่าความเสี่ยงที่ระดับความเชื่อมั่น 99.5% ในช่วงเวลา 1 ปี ส่วนตัวแบบภายในอื่นๆ จะปรับเปลี่ยนเมเซอร์เพื่อประเมินความเสี่ยงหรือใช้กฎอื่นๆ ภายใต้กรอบที่ CEIOPS กำหนดไว้ ท้ายที่สุดได้นำเสนอการวิเคราะห์การสร้างสูตร SCR ของบริษัทประกันวินาศภัยโดยพิจารณาจากความเสี่ยงจากการรับประกันภัยและได้นำเสนอแนวคิดของการประเมินเงินสำรองความเสี่ยงจากการรับประกันภัยบนหลักการของมูลค่าปัจจุบันของกระแสค่าสินไหมทดแทนที่คาดว่าจะเกิดขึ้นในอนาคต

10. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ ดร.ทศพร แถลงธรรม นักคณิตศาสตร์ประกันภัย และผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ให้คำแนะนำอันเป็นประโยชน์ในการปรับปรุงเนื้อหาสาระของบทความวิชาการฉบับนี้ให้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากที่สุด

เอกสารอ้างอิง

[1] Office of Insurance Commission, Risk-Based Capital Framework (in Thai). [Online]. Available: http://www.oic.org

[2] CEIOPS, Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors, 2009. Final CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measure on Solvency II: Technical Provisions-Article 86 (d) Calculation of the Risk Margin OIS

5 Technical Specifications. [Online]. Available: http://www.ceiops.org/.

[3] L. Devineau and S. Loisel, "Risk aggregation in Solvency II: How to converge the approaches of the internal models and those of the standard formula," *Bulletin Francais d' Actuariat*, vol. 9, no. 18, pp. 107-145, 2009.

[4] A. Floreani, "Risk margin estimation through the cost of capital approach: Some conceptual issues," *The Geneva Papers on Risk and Insurance - Issues and Practice*, vol. 36, no.2, pp. 226-253, 2011.

[5] E. Ohlsson and J. Lauzeningks, "The one-year non-life insurance risk," *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 45, no. 2, pp. 203-208, 2009.

[6] M. Kochanski, "Solvency capital requirement for german unit-linked insurance products," *German Risk and Insurance Review*, vol. 6, pp. 33-70, 2010.

[7] D. Bauer, D. Bergmann, and A. Reuss, "On the Calculation of the Solvency Capital Requirement based on Nested Simulations," Working paper, University of Ulm, 2010.

[8] M. Christiansen and A. Niemeyer, "The fundamental definition of the Solvency Capital Requirement in Solvency II," Fakultät für Versi-cherungs-wissenschaften, Universität Ulm D89-069 Ulm, Germany, 2012.

[9] S. Leventesi and M. Menzietti, "Managing lon-gevity and disability risks in life annuities with long term care," *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 50, no. 3, pp. 391-401, 2012.

[10] CEIOPS, (2010, July 5). QIS5 technical specifications. Brussels. [Oneline]. Available: http://www. ceiops.org/.

[11] A. Olivieri and E. Pitacco, "Stochastic mortality: the impact on target capital," *Astin Bulletin*, vol. 39, no.2, pp. 541-563, 2009.

[12] T. Rolski, H. Schmidli, and V. Schmidt, *Stochastic Process for Insurance and Finance*, Chichester: John Wiley&Sons, 2000.

[13] CEIOPS, 2009. CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: SCR standard formula – Article 111 Non-Life Underwriting Risk.[Online]. Available: http:// www. ceio-ps.org/.