บทความวิจัย

แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC เพื่อตรวจจับการกระจายของกระบวนการ

รวีวลี ฐิติสุวรานนท์* เสาวณิต สุขภารังษี และ ยุพาภรณ์ อารีพงษ์
ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 0 2555 2000 ต่อ 4921, 2287 อีเมล: saowanit.s@sci.kmutnb.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2019.04.004
รับเมื่อ 22 ตุลาคม 2561 แก้ไขเมื่อ 21 มกราคม 2562 ตอบรับเมื่อ 18 กุมภาพันธ์ 2562 เผยแพร่ออนไลน์ 9 เมษายน 2562
© 2019 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของการกระจายของกระบวนการโดยใช้ค่าพิสัย เมื่อกระบวนการมีการแจกแจงสมมาตรและไม่สมมาตร และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงระหว่างแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC แผนภูมิควบคุมของทูกี (TCC) แผนภูมิควบคุมรวมสะสม (CUSUM) และแผนภูมิควบคุม EWMA-TCC ประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของแผนภูมิควบคุมวัดจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length; ARL) กำหนดให้ค่าความยาวรันเฉลี่ย เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (In Control Average Run Length; ARL_0) มีค่าเท่ากับ 370 และ 500 การประมาณค่า ARL ได้จากวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล พบว่าแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงการกระจายของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC แผนภูมิควบคุม CUSUM และแผนภูมิควบคุม EWMA-TCC ในกรณีที่กระบวนการมีการแจกแจงแบบไม่สมมาตร แต่ในกรณี ARL_0 = 370 ขนาดตัวอย่างย่อย (n) เท่ากับ 1 และ 5 เมื่อกระบวนการมีการแจกแจงลาปลาซ แผนภูมิควบคุม EWMA-TCC มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC และแผนภูมิควบคุมอื่นๆ เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลง $\delta \leq 1.6$ และเมื่อ ARL_0 = 500 ขนาดตัวอย่างย่อย (n) เท่ากับ 1 และ 5 แผนภูมิควบคุม EWMA-TCC มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC และแผนภูมิควบคุมอื่นๆ ทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุม TCC แผนภูมิควบคุม CUSUM-TCC แผนภูมิควบคุม EWMA-TCC วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล ค่าความยาวรันเฉลี่ย

การอ้างอิงบทความ: รวีวลี ฐิติสุวรานนท์ เสาวณิต สุขภารังษี และ ยุพาภรณ์ อารีพงษ์, "แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC เพื่อตรวจจับการกระจายของกระบวนการ," *วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ*, ปีที่ 29, ฉบับที่ 3, หน้า 507–517, ก.ค.–ก.ย. 2562.

Research Article

A Mixed Cumulative Sum-Tukey's Control Chart for Detecting Process Dispersion

Rawewarlee Thitisoowaranon*, Saowanit Sukparungsee and Yupaporn Areepong
Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok, Thailand

* Corresponding Author, Tel. 0 2555 2000 Ext. 4921, 2287, E–mail: saowanit.s@sci.kmutnb.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2019.04.004
Received 22 October 2018; Revised 21 January 2019; Accepted 18 February 2019; Published online: 9 April 2019
© 2019 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

Abstract

The objective of this research is to propose a mixed Cumulative Sum-Tukey Control Chart (CUSUM-TCC) for detecting process dispersion using the range, when the process is symmetric and asymmetric distributions.The performance of CUSUM-TCC is compared with Tukey's Control Chart (TCC), Cumulative Sum Control Chart (CUSUM) and Exponentially Weighted Moving Average -Tukey Control Charts (EWMA-TCC), measured by the Average Run Length (ARL). The in control Average Run Length (ARL_0) is given to 370 and 500. In order to approximate ARL, the Monte Carlo simulation method is used and the numerical results reveal that CUSUM-TCC is superior to TCC, CUSUM and EWMA-TCC for all cases of asymmetric distributions. However, for the case of ARL_0 = 370 sample n = 1 and 5 and the process has laplace distribution, the performance of EWMA-TCC is superior to the mixed CUSUM-TCC and other control charts when the magnitudes of change in dispersion parameter $\delta \leq 1.6$. In addition, for the case of ARL_0 = 500 sample n = 1 and 5 the EWMA-TCC performs better than the mixed CUSUM-TCC and other control charts for all magnitudes of change.

Keywords: Tukey's Control Charts, Cumulative Sum -Tukey's Control Chart, Exponentially Weighte Moving Average – Tukey Control Charts, Monte Carlo Simulation, Average Run Length

Please cite this article as: R. Thitisoowaranon, S. Sukparungsee, and Y. Areepong , "A mixed cumulative sum-Tukey's control chart for detecting process dispersion," *The Journal of KMUTNB*, vol. 29, no. 3, pp. 507–517, Jul.–Sep. 2019 (in Thai).

1. บทนำ

ในปัจจุบันการควบคุมคุณภาพในกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมมีความสำคัญมาก เพื่อให้ผลิตภัณฑ์ได้มาตรฐานเดียวกันทั้งกระบวนการผลิตและมีคุณภาพ ทำให้ผู้บริโภคเกิดความเชื่อถือและยอมรับในผลิตภัณฑ์ แต่ในทางปฏิบัติกระบวนการผลิตอาจเกิดความผันแปรที่ส่งผลต่อคุณภาพของผลิตภัณฑ์ ซึ่งปัจจัยที่ทำให้เกิดความผันแปรของกระบวนการผลิต ได้แก่ เครื่องจักร คนงาน การจัดการ และวัตถุดิบ กระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรมใช้เครื่องมือทางสถิติในการควบคุมคุณภาพการผลิต เพื่อให้ผลิตภัณฑ์ที่ได้มีคุณภาพตรงตามมาตรฐาน โดยเครื่องมือที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายคือ แผนภูมิควบคุม (Control Chart) เนื่องจากเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพ และสามารถแสดงผลได้ชัดเจนเมื่อกระบวนการผลิตเกิดการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ แผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร (Control Charts for Variables) เป็นแผนภูมิควบคุมที่ใช้เมื่อวัดคุณภาพผลิตภัณฑ์ จากชั่ง ตวง วัด ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงปริมาณและเป็นค่าต่อเนื่อง เช่น น้ำหนัก ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง และอายุการใช้งาน เป็นต้น ตัวอย่างแผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร เช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$-Chart) แผนภูมิควบคุมค่าพิสัย (R-Chart) สำหรับประเภทที่ 2 คือ แผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ (Control Charts for Attributes) เป็นแผนภูมิควบคุมที่ใช้สำหรับการตรวจจับจำนวนของเสีย จำนวนรอยตำหนิ หรือจำนวนข้อบกพร่อง ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงนับและเป็นจำนวนเต็ม ตัวอย่างแผนภูมิควบคุมประเภทนี้ เช่น แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (p-Chart) แผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย (np-Chart) แผนภูมิควบคุมจำนวนข้อบกพร่องต่อหน่วย (u-Chart) เป็นต้น

ในปี ค.ศ. 1924 Shewhart [1] ได้เสนอแผนภูมิควบคุมชนิดแรก ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมมาตรฐานที่ใช้ในการตรวจจับกระบวนการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย เมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ ($\delta \geq 1.5\sigma$) [2] แต่ในบางครั้งการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการมีขนาดเล็ก ($\delta < 1.5\sigma$) ซึ่งแผนภูมิควบคุมมาตรฐาน ไม่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ ต่อมาในปี ค.ศ. 1954 Page [3] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมรวมสะสม (Cumulative Sum Control Chart; CUSUM) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพเมื่อการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยมีขนาดเล็ก โดยใช้ข้อมูลตลอดช่วงเวลาของการจัดเก็บมาประกอบการตัดสินใจ จึงเป็นแผนภูมิควบคุมที่ไวต่อการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย และในปี ค.ศ.1959 Roberts [4] นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average; EWMA) เป็นแผนภูมิควบคุมที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลแต่ละค่าไม่เท่ากัน โดยให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตแบบเลขชี้กำลัง ซึ่งพบว่าเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดี โดยทั่วไปมีข้อสมมติฐานเบื้องต้นว่า ค่าสังเกตของกระบวนการมีการแจกแจงปกติ แต่ในความเป็นจริงข้อมูลส่วนใหญ่ที่เก็บได้จากกระบวนการผลิตอาจจะไม่เป็นไปตามข้อสมมติเบื้องต้น หรือในทางปฏิบัติค่าสังเกตของกระบวนการอาจไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ หรือไม่ทราบการแจกแจงของประชากรได้ ซึ่งลักษณะดังกล่าวจำเป็นต้องอาศัยค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ เช่น ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ดังนั้นแผนภูมิควบคุมไม่อิงพารามิเตอร์ (Nonparametric Control Charts) จึงเป็นแผนภูมิควบคุมทางเลือกเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว โดยในปี ค. ศ. 2000 Ryan [5] นำเสนอแผนภูมิควบคุม Arcsine (Arcsine Control Chart) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่ใช้สำหรับการตรวจจับค่าเฉลี่ยในกระบวนการผลิตได้ดี ปี ค.ศ. 2004 Alemi [6] นำเสนอแผนภูมิควบคุมของทูกี (Tukey's Control-Chart; TCC) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่ออกแบบมาเพื่อใช้กับค่าสังเกตเพียงค่าเดียว และยังเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยปี ค.ศ. 2011 Yang *et al*. [7] ได้เสนอแผนภูมิควบคุม EWMA Sign (Exponentially Weighted Moving Average Sign Control Chart) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่ใช้สำหรับตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กที่ไม่ใช้ค่าพารามิเตอร์ และแผนภูมิควบคุม Arcsine EWMA Sign (Arcsine Exponentially Weighted Moving Average Sign Control Chart) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่ปรับปรุงจาก

EWMA Sign โดยใช้วิธี Arcsine ในการแปลงค่าข้อมูลให้เป็นการแจกแจงปกติมาตรฐาน (Standard Normal Distribution) เพื่อใช้ในการตรวจจับค่าความคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ยของกระบวนการในปี ค.ศ. 2012 Sukparungsee [8] ได้ศึกษาความแกร่งของแผนภูมิควบคุม TCC สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติและไม่ใช่การแจกแจงปกติ (Normal and Non-normal Distributions) พบว่าแผนภูมิควบคุม TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับขนาดการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมชิวฮาร์ท และแผนภูมิควบคุม EWMA ในปี ค.ศ. 2014 Khaliq และ Riaz [9] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมของทูกี-แผนภูมิควบคุมรวมสะสม (Tukey-Cumulative Control Chart; TCC-CUSUM) สำหรับตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย เมื่อกระบวนการมีการแจกแจงสมมาตร และไม่สมมาตร ซึ่งแผนภูมิควบคุมนี้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC และแผนภูมิควบคุม CUSUM ในปี ค.ศ. 2015 Khaliq *et al*. [10] ได้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม TCC และแผนภูมิควบคุมพิสัยเคลื่อนที่ (Moving Range Chart; MR-Chart) ที่ใช้ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงในความผันแปรของกระบวนการที่มีการแจกแจงปกติ และไม่ใช่การแจกแจงปกติ ปี ค.ศ. 2017 Mongkoltawat *et al*. [12] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกี (Exponentially Weighted Moving Average-Tukey Control Chart; EWMA-TCC) พบว่าแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงเหนือกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-TCC และแผนภูมิควบคุม TCC สำหรับทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

จากงานวิจัยที่ผ่านมา พบว่ายังไม่มีการนำข้อดีของแผนภูมิควบคุม TCC และแผนภูมิควบคุม CUSUM มาผสมร่วมกันเพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงการกระจายของกระบวนการ ดังนั้นในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เสนอแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของการกระจายของกระบวนการที่ค่าสังเกตมีการแจกแจงไวบูล (Weibull Distribution) แกมมา (Gamma Distribution) และลาปลาซ (Laplace Distribution) โดยใช้ค่าพิสัย และเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC โดยพิจารณาประสิทธิภาพการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงจากค่า ARL_1 โดยแผนภูมิควบคุมใดให้ค่า ARL_1 ต่ำสุด แสดงว่าแผนภูมิควบคุมนั้นมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีสุด

2. แผนภูมิควบคุม และความยาวรันเฉลี่ย

2.1 แผนภูมิควบคุม

แผนภูมิควบคุมที่ใช้ในงานวิจัยนี้มีทั้งแผนภูมิควบคุมที่อิงพารามิเตอร์ได้แก่ แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (CUSUM) และเป็นแผนภูมิควบคุมที่ไม่อิงพารามิเตอร์ ได้แก่แผนภูมิควบคุมของทูกี (TCC) แผนภูมิควบคุมผสม (Cumulative Sum-Tukey Control Chart; CUSUM-TCC) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกี (EWMA-TCC) เป็นต้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM, CUSUM-TCC และ EWMA-TCC ดังนี้

2.1.1 แผนภูมิควบคุมของทูกี (TCC)

เป็นแผนภูมิที่ไม่อิงพารามิเตอร์ เมื่อไม่ทราบว่าข้อมูลมีการแจกแจงใดๆ หรือมีขนาดตัวอย่างย่อย (n) เท่ากับ 1 โดยมีขีดจำกัดควบคุมดังสมการที่ 1

$$UCL_{TCC} = Q_3 + K_1(IQR)$$
$$LCL_{TCC} = Q_1 - K_1(IQR) \quad (1)$$

เมื่อ Q_1 คือค่าของควอร์ไทล์ที่ 1

Q_3 คือค่าของควอร์ไทล์ที่ 3

IQR คือค่าพิสัยของควอร์ไทล์ $(Q_3 - Q_1)$

K_1 คือค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม TCC

2.1.2 แผนภูมิควบคุมรวมสะสม (CUSUM)

เป็นแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก $(\delta < 1.5\sigma)$ ได้ดี โดยเป็นแผนภูมิที่นำค่าผลรวมสะสมของค่าผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

และค่าเฉลี่ยของเป้าหมายมาพล็อตลงในแผนภูมิ และค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม CUSUM (C_i) แบ่งเป็น 2 ค่าคือ ผลรวมสะสมทางด้านบวก (Upper CUSUM; C_i^+) และผลรวมสะสมทางด้านลบ (Lower CUSUM; C_i^-) ดังสมการที่ (2)

$$C_i^+ = \max(0, x_i - \mu_0 - k + C_{i-1}^+)$$
$$C_i^- = \max(0, \mu_0 - x_i - k + C_{i-1}^-) \quad (2)$$

เมื่อ C_0^+ และ C_0^- คือ ค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม CUSUM ที่มีค่าเท่ากับ 0

k คือ ค่าอ้างอิง

μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม CUSUM

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม CUSUM เป็นดังนี้

ขีดจำกัดควบคุมบน : $UCL_{CUSUM} = K_2$

ขีดจำกัดควบคุมล่าง : $LCL_{CUSUM} = 0$

เมื่อ K_2 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม TCC

2.1.3 แผนภูมิควบคุมผสม (CUSUM-TCC)

เป็นแผนภูมิควบคุมไม่อิงพารามิเตอร์ ที่นำแผนภูมิควบคุม CUSUM รวมกับแผนภูมิควบคุม TCC โดยตัวสถิติเป็นของแผนภูมิควบคุม CUSUM และขีดจำกัดควบคุมเป็นของแผนภูมิควบคุม TCC ได้ดังนี้

$$C_i^+ = \max(0, x_i - Q_3 - k + C_{i-1}^+)$$
$$C_i^- = \max(0, Q_1 - x_i - k + C_{i-1}^-) \quad (3)$$

โดยในปี ค.ศ. 2017 Khaliq *et al*. [11] เสนอการปรับปรุงค่า Q_1 และ Q_3 ในสมการที่ (3) ให้เป็น Q_1^s และ Q_3^s ดังสมการที่ (4)

$$Q_3^s = (Q_3 - 0.75Q_3) + 0.5Q_2 + 0.25Q_1$$
$$Q_1^s = (Q_3 - 0.75Q_3) + 0.5Q_2 + 0.25Q_1 \quad (4)$$

เมื่อ C_0^+ และ C_0^- คือค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม CUSUM ที่มีค่าเท่ากับ 0

k คือ ค่าอ้างอิง

Q_1 และ Q_3 คือ ค่าควอไทล์ที่ 1 และ 3

Q_1^s และ Q_3^s คือ ค่าที่ปรับปรุงจากค่าควอไทล์ที่ 1 และ 3 [11]

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม CUSUM-TCC เป็นดังนี้

ขีดจำกัดควบคุมบน : $UCL_{CUSUM-TCC} = K_3(\text{IQR})$

ขีดจำกัดควบคุมล่าง : $LCL_{CUSUM-TCC} = K_3(\text{IQR})$

เมื่อ K_3 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม TCC

ในงานวิจัยที่กำหนดให้ขีดจำกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุม CUSUM และ CUSUM-TCC เป็นศูนย์ เนื่องจากศึกษาเฉพาะกรณีที่ค่าความผันแปรเพิ่มขึ้น

2.1.4 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง-ทูกี (EWMA-TCC)

เป็นแผนภูมิควบคุมไม่อิงพารามิเตอร์ที่นำแผนภูมิควบคุม EWMA รวมกับ แผนภูมิควบคุม TCC โดยตัวสถิติเป็นของแผนภูมิควบคุม EWMA และขีดจำกัดควบคุมเป็นของแผนภูมิควบคุม TCC ได้ดังสมการที่ (5)

$$Z_i = \lambda MR_i + (1-\lambda)Z_{i-1},\ i = 1, 2, 3, \ldots, n \quad (5)$$

เมื่อ Z_i คือ ตัวสถิติ EWMA ณ เวลา i

MR_i คือ ค่าพิสัยเคลื่อนที่ของกระบวนการ ณ i เวลา

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA-TCC เป็นดังสมการที่ (6)

$$UCL = Q_3 + (K_4(IQR))\sqrt{(1-(1-\lambda)^{2i}\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$

$$LCL = Q_1 - (K_4(IQR))\sqrt{(1-(1-\lambda)^{2i}\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (6)$$

จากสมการที่ (6) เมื่อ $t \to \infty$ ทำให้ $(1-\lambda)^{2t} \to 0$ จะได้ขีดจำกัดควบคุมดังสมการที่ (7)

$$UCL = Q_3 + \left(K_4(IQR)\right)\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}$$

$$LCL = Q_1 - \left(K_4(IQR)\right)\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (7)$$

เมื่อ Q_1 คือ ค่าของควอร์ไทล์ที่ 1

Q_3 คือ ค่าของควอร์ไทล์ที่ 3

IQR คือ ค่าพิสัยของควอร์ไทล์ ($Q_3 - Q_1$)

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับให้เรียบ

K_4 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม TCC

2.2 ความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length; *ARL*)

ค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) คือ จำนวนค่าสังเกตที่ตกนอกขีดจำกัดควบคุมก่อนที่กระบวนการจะส่งสัญญาณการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ ARL_0 คือ ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ดังสมการที่ (8) และ ARL_1 คือ ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุมดังสมการที่ (9)

โดย $$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (8)$$

เมื่อ α คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่พบว่ากระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุม เมื่อกระบวนการไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง

และ $$ARL_1 = \frac{1}{1-\beta} \quad (9)$$

เมื่อ β คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 2 หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่พบว่ากระบวนการอยู่ในขีดจำกัดควบคุม เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง

โดยงานวิจัยนี้ประมาณค่า ARL จากวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) ดังนั้นเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม คือ ค่า ARL ดังสมการที่ (10)

$$ARL = \frac{\sum_{t=1}^{n} RL_t}{n} \quad (10)$$

และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความยาวรันเฉลี่ยดังสมการที่ (11)

$$SDRL = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(RL_t - ARL)^2}{n-1}} \quad (11)$$

เมื่อ RL_t คือ จำนวนตัวอย่างที่ถูกตรวจสอบก่อนที่จะพบว่ากระบวนการออกนอกการควบคุมในการจำลองข้อมูลครั้งที่ t

$SDRL$ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ RL_t

n คือ จำนวนครั้งของการทำซ้ำ

3. ผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC, TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของการกระจาย เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดประสิทธิภาพ คือ ค่า ARL_1 ซึ่งหาได้จากวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล เมื่อกำหนด K_1, K_2, K_3, และ K_4 คือ สัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดของแต่ละแผนภูมิควบคุม และกำหนดค่าต่างๆ ได้แก่

- กำหนดจำนวนรอบของการทำซ้ำ (R) ด้วยวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล เท่ากับ 500,000 รอบ
- กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ย เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (In-control Average Run Length; ARL_0) มีค่าเท่ากับ 370 และ 500
- กำหนดขนาดตัวอย่าง (m) เท่ากับ 3,000
- กำหนดขนาดตัวอย่างย่อย (n) เท่ากับ 1 และ 5
- กำหนดขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) เท่ากับ 1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2, 2.5, และ 3

โดยการแจกแจงที่ใช้ในการศึกษางานวิจัยแบ่งออกเป็น 3 การแจกแจง ดังนี้ การแจกแจงไวบูล การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงลาปลาซ โดยแสดงข้อมูลตารางดังต่อไปนี้

ตารางที่ 1 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM, CUSUM-TCC และ EWMA-TCC เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Weibull (2,1) กรณีที่ n = 1 และ ARL_0 = 370 และ 500

ARL_0 = 370				
Shift (δ)	TCC K_1 = 1.954	CUSUM K_2 = 3.08	CUSUM-TCC K_2 = 2.285	EWMA-TCC K_4 = 1.488
1	370.59 ± 0.54	370.81 ± 0.52	370.77 ± 0.51	370.97 ± 0.52
1.2	357.55 ± 0.52	321.34 ± 0.44	*209.85 ± 0.11*	252.61 ± 0.03
1.4	226.95 ± 0.33	297.32 ± 0.319	*179.56 ± 0.10*	229.46 ± 0.01
1.6	164.86 ± 0.24	252.99 ± 0.25	*98.58 ± 0.06*	121.09 ± 0.01
1.8	131.43 ± 0.19	119.93 ± 0.22	*54.64 ± 0.03*	86.61 ± 0.00
2	92.56 ± 0.13	89.81 ± 0.19	*12.18 ± 0.01*	33.77 ± 0.00
2.5	75.74 ± 0.11	55.29 ± 0.10	*4.58 ± 0.00*	9.76 ± 0.00
3	62.48 ± 0.10	19.73 ± 0.03	*1.02 ± 0.00*	1.63 ± 0.00
ARL_0 = 500				
Shift (δ)	TCC K_1 = 2.066	CUSUM K_2 = 3.32	CUSUM-TCC K_3 = 2.456	EWMA-TCC K_4 = 1.604
1	500.74 ± 0.71	500.96 ± 0.04	500.62 ± 0.04	500.75 ± 0.76
1.2	414.69 ± 0.53	397.23 ± 0.03	*42.12 ± 0.03*	56.67 ± 0.03
1.4	366.47 ± 0.52	345.45 ± 0.03	*21.81 ± 0.03*	30.71 ± 0.01
1.6	235.11 ± 0.43	188.82 ± 0.02	*15.53 ± 0.02*	21.78 ± 0.01
1.8	195.19 ± 0.35	142.13 ± 0.02	*10.44 ± 0.02*	17.08 ± 0.00
2	122.45 ± 0.05	115.41 ± 0.02	*7.50 ± 0.02*	14.13 ± 0.00
2.5	103.22 ± 0.04	76.43 ± 0.02	*5.27 ± 0.02*	9.98 ± 0.00
3	79.99 ± 0.02	51.92 ± 0.01	*2.33 ± 0.01*	7.79 ± 0.00

หมายเหตุ: หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 ตัวเอียงเป็นค่า ARL_1 ต่ำสุด

จากตารางที่ 1 ในการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Weibull (2,1) กรณีที่ n = 1 และ ARL_0 = 370 และ 500 พบว่าค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุด ที่ทำให้แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 2 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM, CUSUM-TCC และ EWMA-TCC เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Gamma (4,2) กรณีที่ n = 1 และ ARL_0 = 370 และ 500

ARL_0 = 370				
Shift (δ)	TCC K_1 = 2.59	CUSUM K_2 = 5.213	CUSUM-TCC K_3 = 1.38	EWMA-TCC K_4 = 2.38
1	370.76 ± 0.53	370.68 ± 0.52	370.74 ± 0.02	370.94 ± 0.43
1.2	315.65 ± 0.52	140.72 ± 0.12	*117.98 ± 0.02*	241.80 ± 0.40
.4	283.68 ± 0.41	91.28 ± 0.09	*71.14 ± 0.02*	199.87 ± 0.29
1.6	200.25 ± 0.29	69.78 ± 0.04	*47.33 ± 0.01*	121.56 ± 0.17
1.8	160.28 ± 0.29	35.85 ± 0.02	*21.40 ± 0.01*	51.46 ± 0.07
2	122.71 ± 0.18	19.102 ± 0.013	*10.75 ± 0.01*	21.39 ± 0.03
2.5	51.51 ± 0.07	9.828 ± 0.004	*3.72 ± 0.00*	18.79 ± 0.03
3	21.43 ± 0.03	3.060 ± 0.002	*1.67 ± 0.00*	14.24 ± 0.02
ARL_0 = 500				
Shift (δ)	TCC K_1 = 2.752	CUSUM K_2 = 6.751	CUSUM-TCC K_3 = 1.432	EWMA-TCC K_4 = 2.466
1	500.17 ± 0.71	500.74 ± 0.21	500.33 ± 0.35	500.59 ± 0.29
1.2	433.64 ± 0.57	395.00 ± 0.16	*335.99 ± 0.32*	397.09 ± 0.39
1.4	407.61 ± 0.54	326.00 ± 0.13	299.35 ± 0.29	*265.89 ± 0.48*
1.6	358.69 ± 0.54	277.51 ± 0.11	245.34 ± 0.27	*155.09 ± 0.36*
1.8	295.70 ± 0.24	241.48 ± 0.09	194.25 ± 0.26	*80.71 ± 0.28*
2	228.09 ± 0.21	213.72 ± 0.08	142.32 ± 0.24	*39.56 ± 0.21*
2.5	187.13 ± 0.14	165.89 ± 0.05	63.55 ± 0.22	*5.20 ± 0.07*
3	95.42 ± 0.10	135.47 ± 0.01	27.75 ± 0.19	*0.59 ± 0.02*

หมายเหตุ: หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 ตัวเอียงเป็นค่า ARL_1 ต่ำสุด

จากตารางที่ 2 ในการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Gamma (4,2) กรณีที่ n = 1 และ ARL_0 = 370 และ 500 พบว่าในกรณีที่ ARL_0 = 370 ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุด ที่ทำให้แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง แต่ในกรณีที่ ARL_0 = 500 ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุด ที่ทำให้แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) ดีกว่าแผนภูมิ

ควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ที่ระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง (δ) มีค่าเท่ากับ 1.2

ตารางที่ 3 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM, CUSUM-TCC และ EWMA-TCC เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Laplace (5,4) กรณีที่ n = 1 และ ARL_0 = 370 และ 500

ARL_0 = 370				
Shift (δ)	TCC K_1 = 3.762	CUSUM K_2 = 1.453	CUSUM-TCC K_3 = 3.482	EWMA-TCC K_4 = 1.233
1	370.76 ± 0.53	370.67 ± 0.34	370.82 ± 0.05	370.42 ± 0.74
1.2	330.56 ± 0.51	303.13 ± 0.25	257.28 ± 0.04	*229.63 ± 0.27*
1.4	293.85 ± 0.53	256.24 ± 0.19	184.37 ± 0.03	*134.63 ± 0.14*
1.6	254.49 ± 0.52	221.89 ± 0.16	99.57 ± 0.03	*96.39 ± 0.09*
1.8	195.38 ± 0.49	195.56 ± 0.13	*45.13 ± 0.02*	76.88 ± 0.07
2	145.65 ± 0.45	174.82 ± 0.11	*35.02 ± 0.02*	65.27 ± 0.06
2.5	105.16 ± 0.54	138.09 ± 0.07	*19.71 ± 0.02*	49.94 ± 0.04
3	90.77 ± 0.51	114.01 ± 0.05	*7.82 ± 0.01*	42.54 ± 0.03
ARL_0 = 500				
Shift (δ)	TCC K_1 = 3.955	CUSUM K_2 = 2.042	CUSUM-TCC K_3 = 3.924	EWMA-TCC K_4 = 1.341
1	500.06 ± 0.79	500.02 ± 0.39	500.33 ± 0.31	500.98 ± 0.83
1.2	468.86 ± 0.71	408.87 ± 0.29	385.61 ± 0.16	*253.04 ± 0.34*
1.4	409.86 ± 0.79	345.77 ± 0.22	218.19 ± 0.08	*145.75 ± 0.17*
1.6	379.83 ± 0.61	299.46 ± 0.19	159.48 ± 0.05	*103.22 ± 0.10*
1.8	329.69 ± 0.61	264.05 ± 0.15	179.10 ± 0.04	*81.69 ± 0.07*
2	259.14 ± 0.51	236.09 ± 0.13	109.88 ± 0.04	*69.07 ± 0.05*
2.5	169.91 ± 0.51	186.59 ± 0.09	82.23 ± 0.03	*52.48 ± 0.04*
3	105.85 ± 0.41	154.15 ± 0.06	47.79 ± 0.02	*44.56 ± 0.03*

หมายเหตุ: หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1
ตัวเอียงเป็นค่า ARL_1 ต่ำสุด

จากตารางที่ 3 ในการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Laplace (5,4) กรณีที่ n = 1 และ ARL_0 = 370 และ 500 พบว่าในกรณีที่ ARL_0 = 370 ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุด ที่ทำให้แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ที่ระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง (δ) ที่มีค่าเท่ากับ 1.8, 2, 2.5 และ 3 แต่ในกรณีที่ ARL_0 = 500 ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุดที่ทำให้แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และCUSUM-TCC ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 4 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM, CUSUM-TCC และEWMA-TCC เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Weibull (2,1) กรณีที่ n = 5 และ ARL_0 = 370 และ 500

ARL_0 = 370				
Shift (δ)	TCC K_1 = 2.049	CUSUM K_2 = 2.543	CUSUM-TCC K_3 = 3.677	EWMA-TCC K_5 = 0.415
1	370.73 ± 0.35	370.19 ± 0.03	370.15 ± 0.35	370.24 ± 0.29
1.2	360.19 ± 0.18	358.69 ± 0.03	*245.68 ± 0.34*	298.89 ± 0.25
1.4	*294.58 ± 0.09*	284.39 ± 0.02	*215.59 ± 0.33*	258.55 ± 0.24
1.6	258.59 ± 0.02	*236.17 ± 0.02*	*191.48 ± 0.31*	217.24 ± 0.22
1.8	198.95 ± 0.02	156.20 ± 0.02	*28.11 ± 0.30*	42.07 ± 0.02
2	97.41 ± 0.04	58.62 ± 0.01	*15.40 ± 0.25*	24.01 ± 0.01
2.5	35.47 ± 0.06	34.16 ± 0.01	*7.39 ± 0.20*	11.94 ± 0.00
3	22.74 ± 0.00	21.33 ± 0.02	*3.98 ± 0.16*	7.93 ± 0.00
ARL_0 = 500				
Shift (δ)	TCC K_1 = 2.363	CUSUM K_2 = 2.862	CUSUM-TCC K_3 = 3.845	EWMA-TCC K_5 = 0.725
1	500.89 ± 0.24	500.94 ± 0.04	500.33 ± 0.27	500.46 ± 0.24
1.2	396.11 ± 0.28	500.53 ± 0.03	*291.76 ± 0.24*	328.98 ± 0.24
1.4	329.76 ± 0.20	495.37 ± 0.03	*236.37 ± 0.22*	295.97 ± 0.26
1.6	265.10 ± 0.19	488.84 ± 0.02	*116.14 ± 0.20*	170.79 ± 0.28
1.8	154.53 ± 0.14	482.09 ± 0.02	*24.42 ± 0.18*	51.70 ± 0.03
2	87.65 ± 0.13	475.78 ± 0.02	*14.52 ± 0.15*	27.15 ± 0.01
2.5	45.70 ± 0.06	462.31 ± 0.01	*7.83 ± 0.10*	13.02 ± 0.00
3	20.00 ± 0.03	335.78 ± 0.01	*1.79 ± 0.07*	8.57 ± 0.000

หมายเหตุ: หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL1
ตัวเอียงเป็นค่า ARL_1 ต่ำสุด

จากตารางที่ 4 ในการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Weibull (2,1) กรณีที่ n = 5 และ ARL_0 = 370 และ 500 พบว่าค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุดที่ทำให้แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพ

ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 5 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM, CUSUM-TCC และEWMA-TCC เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Gamma (4,2) กรณีที่ n = 5 และ ARL_0 = 370 และ 500

ARL_0 = 370				
Shift (δ)	TCC K_1 = 2.822	CUSUM K_2 = 4.321	CUSUM-TCC K_3 = 2.225	EWMA-TCC K_5 = 1.122
1	370.41 ± 0.30	370.06 ± 0.01	370.30 ± 0.33	370.66 ± 0.39
1.2	321.61 ± 0.29	291.83 ± 0.01	*214.65 ± 0.33*	245.90 ± 0.41
1.4	165.76 ± 0.29	240.82 ± 0.01	*103.85 ± 0.34*	140.38 ± 0.35
1.6	127.47 ± 0.27	204.04 ± 0.01	*50.41 ± 0.33*	72.20 ± 0.27
1.8	91.67 ± 0.26	178.26 ± 0.08	*26.34 ± 0.31*	34.33 ± 0.19
2	48.92 ± 0.25	157.71 ± 0.08	*10.39 ± 0.32*	15.85 ± 0.13
2.5	13.94 ± 0.23	122.33 ± 0.01	*3.16 ± 0.32*	5.80 ± 0.04
3	3.80 ± 0.21	99.81 ± 0.00	*1.04 ± 0.32*	2.18 ± 0.01
ARL_0 = 500				
Shift (δ)	TCC K_1 = 3.402	CUSUM K_2 = 5.245	CUSUM-TCC K_3 = 3.787	EWMA-TCC K_5 = 1.275
1	500.98 ± 0.24	500.75 ± 0.02	500.30 ± 0.27	500.58 ± 0.29
1.2	424.66 ± 0.22	394.99 ± 0.02	*315.13 ± 0.25*	397.08 ± 0.39
1.4	404.86 ± 0.20	326.00 ± 0.01	296.20 ± 0.20	*265.87 ± 0.41*
1.6	298.28 ± 0.18	277.49 ± 0.01	205.92 ± 0.16	*155.09 ± 0.36*
1.8	160.43 ± 0.16	241.48 ± 0.01	99.11 ± 0.13	*80.71 ± 0.28*
2	76.66 ± 0.15	213.71 ± 0.01	55.08 ± 0.06	*39.55 ± 0.20*
2.5	32.83 ± 0.13	165.89 ± 0.01	37.88 ± 0.02	*5.20 ± 0.07*
3	8.24 ± 0.11	135.46 ± 0.01	11.19 ± 0.01	*1.59 ± 0.02*

หมายเหตุ: หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 ตัวเอียงเป็นค่า ARL_1 ต่ำสุด

จากตารางที่ 5 ในการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Gamma (4,2) กรณีที่ n = 5 และ ARL_0 = 370 และ 500 พบว่าในกรณีที่ ARL_0 = 370 ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุด ที่ทำให้แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง แต่ในกรณีที่ ARL_0 = 500 ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุด ที่ทำให้แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ที่ระดับการขนาดเปลี่ยนแปลง (δ) มีค่าเท่ากับ 1.2

ตารางที่ 6 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM, CUSUM-TCC และEWMA-TCC เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงข้อมูลมีการแจกแจง Laplace (5,4) กรณีที่ n = 5 และ ARL_0 = 370 และ 500

ARL_0 = 370				
Shift (δ)	TCC K_1 = 4.805	CUSUM K_2 = 2.615	CUSUM-TCC K_3 = 3.95	EWMA-TCC K_5 = 8.322
1	370.96 ± 0.30	370.85 ± 0.34	370.06 ± 0.34	370.46 ± 0.27
1.2	206.56 ± 0.28	291.74 ± 0.34	192.67 ± 0.32	*182.51 ± 0.17*
1.4	117.37 ± 0.14	231.43 ± 0.34	133.72 ± 0.30	*114.30 ± 0.09*
1.6	67.44 ± 0.09	184.78 ± 0.38	97.03 ± 0.24	*87.07 ± 0.06*
1.8	49.83 ± 0.07	147.25 ± 0.39	*35.67 ± 0.14*	73.08 ± 0.04
2	37.76 ± 0.04	118.58 ± 0.34	*17.48 ± 0.10*	64.70 ± 0.03
2.5	19.85 ± 0.03	69.74 ± 0.31	*7.54 ± 0.00*	53.58 ± 0.02
3	13.73 ± 0.02	41.71 ± 0.14	*1.79 ± 0.00*	48.02 ± 0.02
ARL_0 = 500				
Shift (δ)	TCC K_1 = 4.855	CUSUM K_2 = 3.122	CUSUM-TCC K_3 = 4.362	EWMA-TCC K_4 = 9.002
1	500.56 ± 0.24	500.45 ± 0.22	500.01 ± 0.27	500.95 ± 0.22
1.2	344.51 ± 0.30	393.14 ± 0.21	342.94 ± 0.26	*311.60 ± 0.26*
1.4	201.00 ± 0.24	312.48 ± 0.20	212.43 ± 0.21	*184.45 ± 0.17*
1.6	113.47 ± 0.13	248.11 ± 0.19	181.50 ± 0.18	*128.20 ± 0.11*
1.8	70.72 ± 0.10	199.54 ± 0.17	114.47 ± 0.15	*101.45 ± 0.07*
2	49.50 ± 0.07	160.11 ± 0.13	97.01 ± 0.12	*86.37 ± 0.06*
2.5	21.25 ± 0.03	94.47 ± 0.09	80.15 ± 0.06	*67.88 ± 0.03*
3	15.17 ± 0.01	55.01 ± 0.06	69.47 ± 0.03	*59.33 ± 0.03*

หมายเหตุ: หลังเครื่องหมาย ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 ตัวเอียงเป็นค่า ARL_1 ต่ำสุด

จากตารางที่ 6 ในการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Laplace (5,4) กรณีที่ n = 5 และ ARL_0 = 370 และ 500 พบว่าในกรณีที่ ARL_0 = 370 ค่า

ARL_1 ที่ต่ำที่สุด ที่ทำให้แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ที่ระดับการขนาดเปลี่ยนแปลง (δ) ที่มีค่าเท่ากับ 1.8, 2, 2.5 และ 3 แต่ในกรณีที่ ARL_0 = 500 ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุด ที่ทำให้แผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ CUSUM-TCC ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง

4. สรุป

จากผลการวิจัย สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 เปรียบเทียบค่า ARL_0 = 370 และ 500 เมื่อขนาดตัวอย่างย่อยเท่ากับ (n) 1 และ 5 ทั้ง 3 การแจกแจง และทั้ง 3 แผนภูมิควบคุม

ขนาดตัวอย่างย่อย (n)	การแจกแจง	ARL_0 = 370		
		$\delta \le 1.2$	$1.2 \le \delta \le 1.6$	$1.8 \le \delta \le 3$
1	Weibull	CUSUM - TCC		
	Gamma	CUSUM - TCC		
	Laplace	EWMA - TCC		CUSUM - TCC
5	Weibull	CUSUM - TCC		
	Gamma	CUSUM - TCC		
	Laplace	EWMA - TCC		CUSUM - TCC
		ARL_0 = 500		
		$\delta \le 1.2$	$1.2 \le \delta \le 1.6$	$1.8 \le \delta \le 3$
1	Weibull	CUSUM - TCC		
	Gamma	CUSUM - TCC	EWMA - TCC	
	Laplace	EWMA - TCC		
5	Weibull	CUSUM - TCC		
	Gamma	CUSUM - TCC	EWMA - TCC	
	Laplace	EWMA - TCC		

จากตารางที่ 7 จึงสรุปได้ดังนี้

- สำหรับการแจกแจง Weibull (2,1) และ Gamma (4,2) เมื่อขนาดตัวอย่างย่อย n = 1 และ 5 ค่า ARL_0 = 370 พบว่าแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC สำหรับทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง

- สำหรับการแจกแจง Laplace (5,4) เมื่อขนาดตัวอย่างย่อย n = 1 และ 5 ค่า ARL_0 = 370 พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-TCC มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ CUSUM-TCC ที่ระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง $\delta \le 1.6$ แต่เมื่อ $\delta > 1.6$ พบว่าแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC

- สำหรับการแจกแจง Weibull (2,1) เมื่อขนาดตัวอย่างย่อย n = 1 และ 5 ค่า ARL_0 = 500 พบว่าแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง

- สำหรับการแจกแจง Gamma (4,2) เมื่อขนาดตัวอย่างย่อย n = 1 และ 5 ค่า ARL_0 = 500 พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-TCC มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ CUSUM-TCC ที่ระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง $\delta > 1.2$ แต่เมื่อ $\delta \le 1.6$ พบว่าแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ EWMA-TCC ที่การแจกแจงลาปลาซ

- สำหรับการแจกแจง Laplace (5,4) เมื่อขนาดตัวอย่างย่อย n = 1 และ 5 ค่า ARL_0 = 500 พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-TCC มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุม TCC, CUSUM และ CUSUM-TCC สำหรับทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง

5. อภิปรายผล

จากผลการวิจัย พบว่าแผนภูมิควบคุมผสม CUSUM-TCC มีประสิทธิภาพที่ดีสุด สำหรับการแจกแจง Weibull

(2,1 ทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง แต่ในบางกรณีพบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-TCC มีประสิทธิภาพดีกว่า ทั้ง 3 แผนภูมิ เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (δ) มีค่าลดลง และจะแปรผันค่า ARL_0 ทำให้ค่า ARL_0 มีค่าเพิ่มขึ้น ทั้งการแจกแจง Gamma (4,2) และ Laplace (5,4) ซึ่งในงานวิจัยครั้งต่อไปอาจขยายขอบเขตการศึกษาในเรื่องของขนาดตัวอย่างย่อยกับประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของการกระบวนการผลิต

เอกสารอ้างอิง

[1] W. A. Shewhart, *Economic Control of Quality of manufactured Product*, Van Nostrand: Princeton, 1931.

[2] D. C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*. 4th Ed. New York, 2009.

[3] E. S. Page, "Continuous inspection schemes," *Biometrika*, vol. 41, pp. 100–114, 1954.

[4] S. W. Roberts, "Control chart tests based on geometric moving average," *Techmometrics*, vol. 42, no. 1, pp. 239–250, 1959.

[5] T. P. Ryan, *Statistical Methods for Quality Improvement*, Willey series in probability and Mathematics. Willey, Wiley-Interscience, 2000, pp. 1–14, 71–211.

[6] F. Alemi, "Tukey's control chart," *Qual Manag Healthcare*, vol. 13, no. 4, pp. 216–221, 2004.

[7] S. Yang, J. Lin, and S. W. Cheng, "A new nonparametric EWMA sign control chart," *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 5, pp. 6239–6243, 2011.

[8] S. Sukparungsee, "Robustness of Tukey's control chart in detecting a changes of parameter of skew distributions," *International Journal of Applied Physics and Mathematics*, vol. 2, no. 5, pp. 379–382, 2012.

[9] Q. Khaliq and M. Riaz, "Robust Tukey - CUSUM control chart for process monitoring," *Quality and Reliability Engineering*, vol. 32, no.3, pp. 933–948, 2014.

[10] Q. Khaliq, M. Riaz, and F. Alemi, "Performance of Tukey's and individual/moving range control charts," *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 31, no. 6, pp. 1063–1077, 2015.

[11] Q. Khaliq, M. Riaz, and S. Gul, "Mixed Tukey EWMA-CUSUM control chart and it's applications," *Quality Technology & Quantitative Management*, vol. 14, no. 4, pp. 378–411, 2017.

[12] P. Mongkoltawat, S. Sukparungsee, and Y. Areepong, "Exponentially weighted moving average-Tukey's control charts for moving range and range," *The Journal of King Mongkut's University of Technology North Bangkok*, vol. 27, no. 4, pp. 843–854, 2017.