แบบจำลองกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสมสำหรับปัญหาการจัดเส้นทางการขนส่งแบบพลวัต

ศิริชัย ยศวังใจ
นิสิต ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
ขวัญนิธิ คำเมือง*
อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 0-5596-4226 อีเมล: kpopk@yahoo.com DOI: 10.14416/j.kmutnb.2015.08.006
รับเมื่อ 20 มีนาคม 2558 ตอบรับเมื่อ 19 สิงหาคม 2558 เผยแพร่ออนไลน์ 6 มกราคม 2559
© 2016 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

บทคัดย่อ

ปัญหาการจัดเส้นทางการขนส่งสำหรับยานพาหนะเป็นปัญหาที่สำคัญในกลุ่มการขนส่ง การกระจายสินค้าและโลจิสติกส์ และปัญหานี้เป็นปัญหาเชิงการจัด ที่มีความซับซ้อนและมีความท้าทายมาก ในระยะหลังรูปแบบของปัญหานี้ได้ถูกพัฒนาจากปัญหาเดิมไปหลายรูปแบบ หนึ่งในนั้นคือการพิจารณาปัญหาแบบพลวัต ซึ่งหมายถึง ข้อมูลของลูกค้าบางส่วนสามารถเปลี่ยนแปลงหลังจากวางแผนเส้นทางแล้วเสร็จ บทความนี้ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการจัดเส้นทางการขนส่งแบบพลวัต มีการจัดส่งภายใต้กรอบระยะเวลาและมียานพาหนะหลายความจุ โดยมีศูนย์กระจายสินค้าแห่งเดียว งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาต้นทุนค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดที่ประกอบด้วย ต้นทุนการใช้ยานพาหนะ ต้นทุนการเดินทางและค่าปรับ การแก้ปัญหาแบบจำลองดังกล่าวนี้ ทำการสร้างชุดข้อมูลและแก้ปัญหาด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป โดยแบบจำลองนี้แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ กรณีที่ 1 ยานพาหนะสามารถจัดส่งสินค้าให้ลูกค้าที่มีคำสั่งซื้อเข้ามาในระหว่างการเดินทาง และกรณีที่ 2 ยานพาหนะจะออกเดินทางได้ก็ต่อเมื่อคำสั่งซื้อจากลูกค้าทั้งหมดเข้ามาในระบบ ซึ่งผลการทดลองพบว่า สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดในปัญหาที่มีจำนวนลูกค้า 17 ราย ในกรณีที่ 1 และมีลูกค้า 10 ราย ในกรณีที่ 2 ภายในระยะเวลาที่กำหนดได้

คำสำคัญ: แบบจำลองกำหนดการทางคณิตศาสตร์ การจัดเส้นทางการขนส่ง ความต้องการแบบพลวัต

การอ้างอิงบทความ: ศิริชัย ยศวังใจ และ ขวัญนิธิ คำเมือง, "แบบจำลองกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสมสำหรับปัญหาการจัดเส้นทางการขนส่งแบบพลวัต," *วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ*, ปีที่ 26, ฉบับที่ 2, หน้า 223–238, พ.ค.–ส.ค. 2559

A Mixed Integer Programming Model for Dynamic Vehicle Routing Problem

Sirichai Yodwangjai
Student, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Naresuan University, Phitsanulok, Thailand

Kwanniti Khammuang*
Lecturer, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Naresuan University, Phitsanulok, Thailand

* Corresponding Author, Tel. 0-5596-4226, E-mail: kpopk@yahoo.com DOI: 10.14416/j.kmutnb.2015.08.006
Received 20 March 2015; Accepted 19 August 2015; Published online: 6 January 2016
© 2016 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

Abstract

The vehicle routing problem (VRP) is an important problem in the fields of transportation, distribution, and logistics. The problem is considered a complex and challenging combinatorial one, and recently, classical VRP has been diversified into various routing problems. One of them is the Dynamic Vehicle Routing Problem (DVRP), where customer information can change after the initial routes have been constructed. This paper presents a mathematical programming model for heterogeneous DVRP with time windows and single depot. The objective was to minimize total cost, which includes vehicle fixed costs, traveling costs, and penalty costs. A number of problem instances of the model were solved via commercial software. Two models are presented and they differ in specifying the transportation starting time. The first one allows vehicles to serve arriving customer requests on route, whereas with the other one, vehicles will be able to travel only when all customer requests have arrived. The results showed that optimal solutions could be achieved for the problem with 17 customers and 10 customers for the first and second model respectively.

Keywords: Mathematical Programming Model, Vehicle Routing Problem, Dynamic Request

Please cite this article as: S. Yodwangjai and K. Khammuang, "A mixed integer programming model for dynamic vehicle routing problem," *The Journal of KMUTNB.*, vol. 26, no. 2, pp. 223–238, May.–Aug. 2016 (in Thai)

1. บทนำ

ปัญหาการจัดเส้นทางการขนส่งสำหรับยานพาหนะ (Vehicle Routing Problem: VRP) เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับธุรกิจการขนส่งและการบริการซึ่งมีผลต่อความพึงพอใจของลูกค้าโดยตรงและส่งผลต่อการใช้ทรัพยากรของธุรกิจอย่างมาก ปัญหานี้ถือเป็นปัญหาที่ได้รับความนิยมในด้านการวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) เป็นอย่างมาก ปัญหา VRP พัฒนาขึ้นมาจากปัญหาการจัดเส้นทางการเดินทางของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem: TSP) ซึ่งเป็นปัญหาที่ศึกษาการเดินทางของพนักงานขายไปยังเมืองต่างๆ ให้ครบทุกเมืองแล้วกลับมายังเมืองเริ่มต้น โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้เส้นทางมีระยะทางในการเดินทางสั้นที่สุด งานวิจัยของ Dantzig and Ramser [1] ได้รับการกล่าวถึงเป็นอย่างมากโดยนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาด้วยโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming) ที่สามารถแก้ปัญหาด้วยจำนวนเมืองที่เหมาะสมจำนวน 49 เมือง หากมองในมุมของปัญหา VRP แล้ว ปัญหา TSP นั้นเป็นการจัดเส้นทางกรณีที่มียานพาหนะเพียงคันเดียวและไม่มีข้อจำกัดด้านความจุ รูปแบบของปัญหานี้ต่อมาได้รับการพัฒนาให้มีจำนวนยานพาหนะมากขึ้น รวมถึงการพิจารณาข้อจำกัดเรื่องความจุของยานพาหนะ ได้กลายมาเป็นรูปแบบที่หลากหลายของปัญหา VRP โดยทั่วไปปัญหา VRP มีวัตถุประสงค์เพื่อจัดเส้นทางของยานพาหนะจากคลังสินค้าไปยังลูกค้าซึ่งมีปริมาณความต้องการที่แตกต่างกันและยานพาหนะทุกคันจะเริ่มต้นและสิ้นสุดที่คลังสินค้า โดยกำหนดเส้นทางจากคลังสินค้าไปยังตำแหน่งลูกค้าต่างๆ สำหรับยานพาหนะแต่ละคัน เพื่อให้มีต้นทุนค่าใช้จ่ายหรือระยะทางที่น้อยที่สุดภายใต้ข้อจำกัดในด้านต่างๆ ปัญหา VRP ได้มีการพัฒนาจากปัญหาเดิมไปหลายรูปแบบ [2] เช่น แบบจำกัดความจุ (Capacitated VRP) แบบมีกรอบเวลา (VRP with Time Windows) แบบมีการขนสินค้ากลับมายังคลังสินค้า (VRP with Backhaul) แบบมีการรับและส่งมอบ (VRP with Pickup and Delivery) และแบบมีหลายคลังสินค้า (Multiple Depot VRP) เป็นต้น

ในการจัดเส้นทางการขนส่งส่วนใหญ่จะมีการใช้ข้อมูลต่าง ๆ ของลูกค้า เช่น ตำแหน่งลูกค้า ปริมาณสินค้าที่ต้องการ กรอบระยะเวลาที่สามารถส่งสินค้าได้ เป็นต้น มาใช้ในการวางแผนจัดเส้นทาง ข้อมูลต่างๆ เหล่านี้ แต่เดิมจะทราบล่วงหน้าเพื่อใช้ในการวางแผน แต่ในปัจจุบันความต้องการของลูกค้ามีความไม่แน่นอน อาจมีการสั่งและยกเลิกการสั่งซื้อจากลูกค้าอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นเมื่อมีการจัดเส้นทางเรียบร้อยแล้วและมีการเดินทางของยานพาหนะไปยังตำแหน่งของลูกค้าที่วางแผนไว้ โดยระหว่างการให้บริการอาจมีการยกเลิกหรือเพิ่มความต้องการ จึงทำให้เส้นทางที่ยานพาหนะต้องเดินทางเกิดการเปลี่ยนแปลงในภายหลังซึ่งลักษณะดังกล่าวจัดเป็นรูปแบบของปัญหา VRP ที่เรียกว่า ปัญหาการจัดเส้นทางการขนส่งแบบพลวัต (Dynamic Vehicle Routing Problem: DVRP)

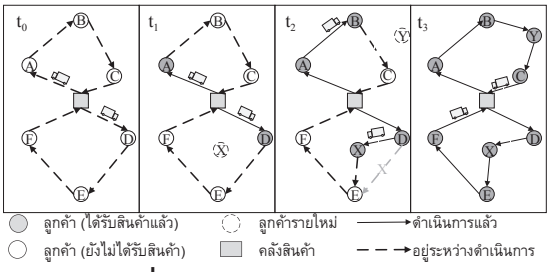
บทความนี้ได้นำเสนอแบบจำลองกำหนดการเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming Model) เพื่อใช้แก้ปัญหา DVRP ในกรณีที่มีคลังสินค้าแห่งเดียว ยานพาหนะมีหลายประเภทโดยแต่ละประเภทมีความจุต่างกัน และลูกค้าแต่ละรายมีกรอบเวลาที่ต้องการให้จัดส่งสินค้า เพื่อหาต้นทุนในการขนส่งให้ต่ำที่สุด

2. ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 การจัดเส้นทางขนส่งแบบพลวัต

การจัดเส้นทางขนส่งแบบพลวัตเป็นการจัดเส้นทางในกรณีที่คำสั่งซื้อสินค้าของลูกค้าบางส่วนหรือทั้งหมดเข้ามาในระบบหลังจากมีการจัดเส้นทางหรือยานพาหนะเดินทางออกจากคลังสินค้าไปแล้ว โดยเส้นทางอาจมีการเปลี่ยนแปลงได้ ดังรูปที่ 1

จากรูปที่ 1 เป็นการจัดเส้นทางกรณีลูกค้าจำนวน 6 ราย ประกอบด้วย A, B, C, D, E และ F มีคลังสินค้า 1 แห่ง และยานพาหนะจำนวน 2 คัน โดยวางแผนเส้นทางการเดินทางเบื้องต้นในเวลา t_0 ดังนี้ ยานพาหนะคันที่ 1 ออกจากคลังสินค้าไปยัง A → B → C แล้วกลับมายังคลังสินค้า และยานพาหนะคันที่ 2 ออกจากคลังสินค้าไปยัง



รูปที่ 1 การจัดเส้นทางแบบพลวัต

		Information Quality	
		Deterministic Input	Stochastic Input
Information Evaluation	Input is Known Beforehand	Static and Deterministic	Static and Stochastic
	Input Change Overtime	Dynamic and Deterministic	Dynamic and Stochastic

รูปที่ 2 การจำแนกประเภทของคุณภาพ และการประเมินข้อมูล [4]

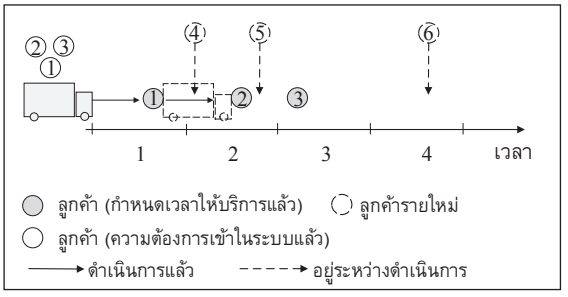
D→E→F แล้วกลับมายังคลังสินค้าเมื่อเวลา t_1 ยานพาหนะคันที่ 1 และ 2 กำลังให้บริการลูกค้า A และลูกค้า D ตามลำดับ มีความต้องการใหม่เกิดขึ้น คือ ลูกค้า X เมื่อเวลา t_2 ยานพาหนะคันที่ 1 เดินทางจาก A → B และยานพาหนะคันที่ 2 เปลี่ยนเส้นทางใหม่จาก D → E เป็น D → X และในขณะเดียวกันมีความต้องการใหม่เกิดขึ้นอีกครั้ง คือลูกค้า Y ต่อมาเวลา t_3 ยานพาหนะคันที่ 1 เปลี่ยนเส้นทางใหม่จาก B → C เป็น B → Y และยานพาหนะคันที่ 2 เดินทางตามเส้นทางเดิมเมื่อสิ้นสุดเวลาการเดินทางของยานพาหนะทั้ง 2 คัน คือ A → B → Y → C และ D → X → E → F

Pillac *et al.* [3] จำแนกลักษณะของปัญหา VRP โดยแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ การประเมินข้อมูล (Information Evaluation) และคุณภาพของข้อมูล (Information Quality) การประเมินข้อมูลจะพิจารณาว่าข้อมูลที่ได้จากคำสั่งจากลูกค้าที่ใช้ในการจัดเส้นทางยานพาหนะ ทราบล่วงหน้าก่อนที่จะทำการจัด (หมายถึงคำสั่งสินค้ามาถึงก่อนที่จะทำการจัดเส้นทาง หรือก่อนที่ยานพาหนะจะออกเดินทาง) หรือมีการเปลี่ยนแปลงเมื่อเวลาผ่านไป (คำสั่งจากลูกค้ามาถึงเมื่อมีการจัดเส้นทางไปแล้ว หรือยานพาหนะออกจากคลังสินค้าไปแล้ว) ส่วนคุณภาพของข้อมูลนั้นจะเกี่ยวข้องกับความไม่แน่นอนของข้อมูล โดยแบ่งได้เป็น กรณีที่ข้อมูลที่ทราบค่าแน่นอน และไม่ทราบค่าแน่นอน ในกรณีที่ไม่ทราบค่าแน่นอน งานวิจัยส่วนมากนิยมแทนข้อมูลส่วนที่ไม่แน่นอนนั้นด้วยตัวแปรสุ่ม (Random Variable) การจำแนกประเภทของปัญหา VRP ตามลักษณะทั้งสองนี้แสดงไว้ในรูปที่ 2

- ปัญหาแบบสถิตและมีข้อมูลที่แน่นอน (Static and Deterministic) คือ ทราบข้อมูลต่างๆ ของลูกค้าทั้งหมด เช่น ความต้องการสินค้า ตำแหน่งการจัดส่งสินค้า ช่วงเวลาในการจัดส่ง และระยะเวลาในการให้บริการ ก่อนการจัดเส้นทางและไม่มีการเปลี่ยนแปลงหลังจากวางแผนการเดินทาง รวมทั้งข้อมูลต่างๆ มีค่าแน่นอน และปัญหาแบบสถิตและมีข้อมูลไม่แน่นอน (Static and Stochastic) คือ ทราบข้อมูลของลูกค้าล่วงหน้าเช่นกัน แต่ข้อมูลเหล่านั้นมีองค์ประกอบของความไม่แน่นอน โดยความไม่แน่นอนนั้นมีผลต่อการนำข้อมูลเข้าไปวางแผนการจัดเส้นทาง ซึ่งงานวิจัยที่ศึกษากันส่วนใหญ่ มีการกำหนดส่วนของข้อมูลที่ไม่ทราบค่าแน่นอนที่เกี่ยวข้องกับลูกค้า เช่น เวลาการให้บริการหรือเวลาเดินทาง และความต้องการของลูกค้าที่ไม่แน่นอน [5], [6]

- ปัญหาแบบพลวัตและมีข้อมูลแน่นอน (Dynamic and Deterministic) คือ ข้อมูลบางส่วนหรือทั้งหมดที่ไม่ทราบล่วงหน้าและอาจมีการเปลี่ยนแปลงระหว่างการจัดเส้นทางนั้น โดยข้อมูลเหล่านั้นจะมีค่าที่แน่นอน และปัญหาแบบพลวัตและมีข้อมูลไม่แน่นอน (Dynamic and Stochastic) คือ ข้อมูลบางส่วนหรือทั้งหมดที่ไม่ทราบล่วงหน้าและข้อมูลเหล่านั้นมีองค์ประกอบของความไม่แน่นอนอยู่ โดยข้อมูลของลูกค้าในปัญหา VRP ที่เป็นแบบพลวัตนี้จะเรียกว่า มีการนำเสนอแบบออนไลน์ (Online) หรือแบบทันที (Real Time)

ปัญหา VRP เป็นปัญหาที่นักวิจัยเสนอวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย ตั้งแต่วิธีการกำหนดเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming) ไปจนถึงวิธีเมตาฮิวริสติก



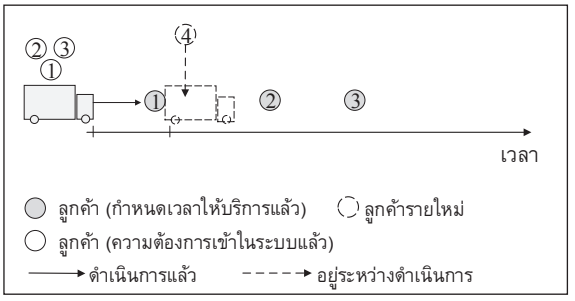
รูปที่ 3 การจัดเส้นทางแบบกำหนดคาบเวลา (Periodic Reoptimization)

(Metaheuristic) เพื่อพัฒนาวิธีการให้สามารถประมวลผลคำตอบภายใต้ระยะเวลาที่กำหนดได้ หากกล่าวถึงการหาคำตอบโดยวิธีฮิวริติก สำหรับปัญหา แบบพลวัตที่มีข้อมูลที่แน่นอน (Dynamic and Deterministic) จะสามารถแบ่งแนวทางการหาคำตอบได้ออกเป็น 2 แบบ คือ การหาคำตอบที่เหมาะสมซ้ำแบบกำหนดคาบเวลา (Periodic Reoptimization) และ การหาคำตอบที่เหมาะสมซ้ำแบบต่อเนื่อง (Continuous Reoptimization)

- การหาคำตอบที่เหมาะสมซ้ำแบบกำหนดคาบเวลา (Periodic Reoptimization) กำหนดให้ช่วงเวลาในการวางแผน (Planning Horizon) ถูกแบ่งออกเป็นช่วงๆ ที่มีขนาดเท่ากัน หลังจากจบแต่ละช่วงจะมีการนำข้อมูลของลูกค้าที่ยังไม่ถูกจัดส่งสินค้าและลูกค้าใหม่ที่เข้ามาในช่วงเวลานั้น มาทำการจัดเส้นทางใหม่ กล่าวคือ มีการหาคำตอบที่เหมาะสมซ้ำ (Reoptimization) หลังจากช่วงเวลานั้นเอง ดังนั้นหากมองในอีกแง่หนึ่งการหาคำตอบแบบนี้ก็เป็นการใช้วิธีการแบบสถิตมาหาเส้นทางใหม่ทุกครั้งเมื่อเริ่มช่วงเวลาใหม่ [7], [8] สำหรับแนวทางการหาคำตอบแบบนี้ งานวิจัยแรกที่นำมาใช้เป็นการหาคำตอบของปัญหา Dial-A-Ride ด้วยวิธีกำหนดการเชิงพลวัต (Dynamic Programming) [9]

จากรูปที่ 3 เป็นการจัดเส้นทางการเดินทางของยานพาหนะ ซึ่งแบ่งคาบเวลาเท่ากันทั้งหมด 4 คาบเวลา โดยเริ่มต้นก่อนยานพาหนะออกจากคลังสินค้ามีความต้องการสินค้าของลูกค้าที่ 1–3 และมีการวางแผนเส้นทางการขนส่งของลูกค้าในคาบเวลาที่ 1–3 ตามลำดับ การเดินทางเพื่อจัดส่งสินค้ายังลูกค้าที่ 1 เกิดขึ้นในช่วงคาบเวลาที่ 1 และหลังจากนั้นลูกค้าที่ 2 กำลังรอรับบริการในคาบเวลาที่ 2 มีความต้องการสินค้าของลูกค้าที่ 4 เกิดขึ้น และหลังการให้บริการลูกค้าที่ 2 มีความต้องการสินค้าลูกค้ารายที่ 5 เกิดขึ้นตามหลัง การจัดเส้นทางแบบกำหนดคาบเวลาจะมีวิธีการจัดเส้นทางโดยในคาบเวลาที่ 2 นั้นจะยังมีเพียงแค่การจัดส่งสินค้าไปยังลูกค้าที่ 2 เท่านั้น หลังจากนั้นจะรวบรวมลูกค้าที่ยังไม่ได้จัดส่ง คือ ลูกค้าที่ 3, 4 และ 5 มาทำการวางแผนการเดินทางอีกครั้งของคาบเวลาที่ 3 และเมื่อมีความต้องการสินค้าของลูกค้าที่ 6 ก็จะดำเนินการในลักษณะเดียวกัน

- การหาคำตอบที่เหมาะสมซ้ำแบบต่อเนื่อง (Continuous Reoptimization) เป็นวิธีการประมวลผลเพื่อหาคำตอบใหม่โดยไม่มีการแบ่งคาบเวลาที่แน่นอนเหมือนวิธีข้างต้น แต่จะมีการหาเส้นทางใหม่ทันทีเมื่อมีคำสั่งสินค้าจากลูกค้าเข้ามา วิธีนี้ถูกนำเสนอครั้งแรกโดยนำมาประยุกต์ใช้ร่วมกับวิธีการค้นหาแบบทาบูแบบคู่ขนาน (Parallel Tabu Search) [10], [11] Adaptive Memory เป็นอีกวิธีหนึ่งเมื่อมีข้อมูลต่างๆ ของลูกค้าเข้ามาในระบบโดยจะช่วยในการตัดสินใจวางแผนเส้นทางอีกครั้ง การทำงานโดยอาศัย Adaptive Memory เป็นการทำงานแบบคู่ขนานที่อิสระต่อกัน ในกรณีที่มีคำสั่งสินค้าจากลูกค้ารายใหม่จะมีการตรวจสอบจากวิธีการทั้งหมดว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธความต้องการสินค้านั้นๆ ซึ่งนำมาใช้กับปัญหาแบบพลวัต [12], [13] ปัญหาการขนส่งแบบมีจุดรับส่งหลายที่ (Pickup and Delivery Problem: PDP) [14] และปัญหาขนส่งผู้โดยสาร (Dial-A-Ride: DARP) [15], [16] ต่อมามีการนำเสนอ Multiple Plan Approach (MPA) ซึ่งจะเป็นวิธีที่สร้างเส้นทางที่แตกต่างกันออกมาจำนวนหนึ่ง เมื่อมีคำสั่งสินค้าใหม่เกิดขึ้นระบบจะตรวจสอบความเป็นไปได้ว่าสามารถจัดส่งให้ลูกค้าได้หรือไม่ ถ้าผ่านเงื่อนไขก็จะทำการอัพเดตเส้นทางใหม่ [17] วิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm: GA) เป็นเมตาฮิวริสติกอีกรูปแบบหนึ่งที่ประยุกต์ใช้แก้ปัญหานี้



รูปที่ 4 การจัดเส้นทางแบบต่อเนื่อง (Continuous Reoptimization)

เพื่อเปรียบเทียบกับปัญหาแบบมีจุดรับส่งหลายที่แบบสถิต [18]

จากรูปที่ 4 เป็นการจัดเส้นทางการเดินทางของยานพาหนะแบบต่อเนื่องโดยเริ่มต้นก่อนยานพาหนะออกจากคลังสินค้ามีความต้องการสินค้าของลูกค้าและรูปแบบการวางแผนเส้นทางในลักษณะเดียวกันกับรูปที่ 3 แต่เมื่อยานพาหนะกำลังให้บริการลูกค้าที่ 1 มีความต้องการสินค้าของลูกค้าที่ 4 เกิดขึ้น วิธีนี้จะทำการรวบรวมลูกค้าที่ยังไม่ได้รับการบริการ คือ ลูกค้าที่ 2, 3 และ 4 มาทำการวางแผนการจัดเส้นทางทันทีโดยไม่ต้องรอจนกว่าจะถึงคาบเวลาถัดไป

แนวทางการหาคำตอบข้างต้นทั้ง 2 วิธี เป็นวิธีการหาคำตอบแบบฮิวริสติกซึ่งจะได้คำตอบที่เหมาะสมภายในระยะเวลากำหนด แต่มีอีกวิธีหนึ่งคือ การหาคำตอบด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming Model) ที่สามารถหาคำตอบที่ต่ำที่สุดได้ แต่ใช้เวลาในการหาคำตอบนาน เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ ซึ่งเป็นแนวทางการหาคำตอบที่ใช้ในบทความนี้

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

วิธีการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางการขนส่งมีหลากหลายวิธี เช่น การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Exact Method) ฮิวริสติก (Heuristic) หรือเมตาฮิวริสติกส์ (Metaheuristic) เป็นต้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถนำมาช่วยแก้ปัญหาและนำไปอธิบายปัญหาด้านต่างๆ ได้ โดย Dondo and Cerdá [19] เสนอแนวทางแก้ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถด้วยกำหนดการเส้นเชิงจำนวนเต็มแบบผสม (MILP) กรณีมีหลายคลังสินค้าและยานพาหนะมีหลายความจุ วิธีการจัดเส้นทางแบ่งเป็น 2 รูปแบบ คือจัดเส้นทางในกรณีมีความต้องการเข้ามาทันที (Immediate Request) และจัดเส้นทางภายในช่วงเวลาที่กำหนด (Time Period) Huang and Blazquez [20] เสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งพิจารณาความไม่แน่นอนสองส่วนคือ เวลาในการเดินทางและความต้องการของลูกค้าในเมืองไทเปประเทศไต้หวัน โดยใช้ฮิวริสติกและเมตาฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาเพื่อจำลองสถานการณ์การจัดเส้นทาง Xu *et al.* [21] แก้ปัญหาแบบมีกรอบเวลา (Time Windows) และพัฒนาวิธีการหาคำตอบย่านใกล้เคียง (Variable Neighborhood Search) เบื้องต้นใช้วิธีแบบประหยัด (Saving Algorithm) ในการสร้างเส้นทางในแต่ละวัน และปรับปรุงเส้นทางด้วย 2-Opt และ 3-Opt และเปรียบเทียบกับปัญหา 3 ขนาดคือ ขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ เพื่อหาเส้นทางในระยะเวลาสั้น Sawat [22] นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไปหาคำตอบที่เหมาะสมที่ใช้เป็นขอบเขตล่าง พร้อมทั้งหาคำตอบกับปัญหาขนาดเล็กซึ่งมีลูกค้าจำนวน 5–8 ราย Meesuptaweekoon and Chaovalit-wongse [23] พัฒนาฮิวริสติกสำหรับแก้ปัญหาการจัดเส้นทางการขนส่งแบบพลวัตกรณีมีหลายคลังสินค้าใช้หลักการเพื่อนบ้านใกล้เคียง (Nearest Neighbor Procedure) เพื่อแบ่งกลุ่มลูกค้าและเลือกคลังสินค้าที่เหมาะสม หลักการกวาดมุม (Sweeping Approach) เพื่อสร้างเส้นทางการขนส่งที่เป็นไปได้ และหลักการแทรก (Insertion Approach) เพื่อปรับปรุงเส้นทางโดยผลการเปรียบเทียบพบว่า สามารถลดเวลาการคำนวณได้ถึง 8.36 เปอร์เซ็นต์ และปัญหาขนาดใหญ่นำไปเปรียบเทียบแบบสถิตลดลง 3.48 เปอร์เซ็นต์

รูปแบบปัญหา VRP แบบพลวัตมีการศึกษาในหลายลักษณะ เช่น การแก้ปัญหาการจัดเส้นทางขนส่งแบบมีหลายคลังสินค้า (Multi Depot) [23], [24] แบบมีกรอบเวลา (Time Windows) [25] แบบมีการรับและ

ส่งมอบ (Pickup and Delivery) [25] และมีขนส่งเที่ยวกลับ (Backhaul) [26] สามารถประยุกต์ใช้กับการจัดเส้นทางการขนย้ายผู้ป่วยในโรงพยาบาล [16] ยาเวชภัณฑ์ [27] การจัดการภัยธรรมชาติ [28], [29]

จากการทบทวนงานวิจัยที่ผ่านมา ผู้วิจัยได้เล็งเห็นว่าบทความวิจัยที่เกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่แก้ปัญหาการจัดเส้นทางแบบพลวัตยังมีน้อย จึงทำการศึกษาแบบจำลองกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสมสำหรับการจัดเส้นทางการขนส่งกรณีมีคลังสินค้าแห่งเดียว ยานพาหนะหลายความจุและมีกรอบเวลาในการขนส่งให้ลูกค้าแต่ละราย

3. วิธีการวิจัย

ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับปัญหา DVRP ในงานวิจัยนี้เป็นปัญหาแบบพลวัตและมีข้อมูลแน่นอน ตามรูปที่ 2 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้เกิดต้นทุนในการขนส่งต่ำที่สุด อันได้แก่ ค่าใช้จ่ายในการใช้ยานพาหนะ ค่าใช้จ่ายในการเดินทางขนส่ง และค่าปรับจากการขนส่งล่าช้ากว่ากรอบเวลาที่กำหนด โดยมีสมมติฐานดังนี้

1. ข้อมูลนำเข้าเป็นแบบพลวัต นั้นหมายถึงคำสั่งของลูกค้าไม่จำเป็นต้องมาถึงตอนเริ่มต้นของการวางแผน โดยมีข้อมูลต่าง ๆ ของลูกค้าที่ประกอบไปด้วยตำแหน่งที่ตั้งของลูกค้า ปริมาณความต้องการสินค้า เวลาการมาถึงของคำสั่งของลูกค้า ระยะเวลาในการให้บริการลูกค้า และกรอบเวลาในการขนส่งของลูกค้า

2. ยานพาหนะที่ใช้ในการขนส่งมีหลายความจุ (Heterogeneous Vehicle) แบ่งเป็นหลายประเภท และแต่ละประเภทมีความเร็วและความจุที่แตกต่างกัน

3. ระยะทางระหว่างคลังสินค้ากับลูกค้า และระยะทางระหว่างลูกค้ากับลูกค้า เป็นระยะทางแบบยุคลิด (Euclidean Distance) แบบสมมาตร

4. ระยะเวลาในการขนส่งขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์การเดินทางของยานพาหนะในแต่ละประเภท

5. การขนส่งสินค้าให้ลูกค้าจะต้องทำภายในกรอบเวลาของลูกค้าแต่ละราย หากยานพาหนะไปถึงลูกค้าก่อนเวลาเริ่มต้นของกรอบเวลา จะต้องรอจนกว่าจะถึงเวลานั้น

6. เวลาเริ่มต้นของกรอบเวลาการขนส่งของลูกค้าเป็นเวลาเดียวกับเวลาการมาถึงของคำสั่งสินค้าจากลูกค้า

7. ค่าใช้จ่ายในการขนส่งจากคลังสินค้าไปยังลูกค้าแต่ละรายขึ้นอยู่กับระยะทางและประเภทของยานพาหนะ

8. ถ้ายานพาหนะมาถึงหลังกรอบเวลาจะมีการคำนวณค่าปรับ (Penalty Cost) โดยค่าปรับไม่ขึ้นกับจำนวนเวลาที่เกินกรอบเวลา

9. คลังสินค้าแห่งเดียว ปริมาณพร้อมส่งไม่จำกัดและสามารถจัดส่งได้ทันที

3.1 แบบจำลอง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ได้พัฒนาต่อมาจากงานวิจัยของ Sawat [22] ที่ศึกษาการจัดเส้นทางการขนส่งกรณีมียานพาหนะประเภทเดียวและมีการจำกัดความจุ (Homogeneous and Capacitated) โดยกำหนดเวลารับประกันของแต่ละลูกค้าเป็นค่าคงที่ และยานพาหนะจะออกจากคลังสินค้าได้เมื่อคำสั่งซื้อจากลูกค้าที่จัดส่งด้วยยานพาหนะคันนั้นเข้ามาในระบบเสียก่อน

โดยบทความนี้ได้ปรับปรุงแบบจำลองของ Sawat [22] โดยกำหนดยานพาหนะที่ใช้ในการขนส่งมีหลายความจุ (Heterogeneous Vehicle) แบ่งเป็นหลายประเภท และแต่ละประเภทมีความเร็วและความจุที่แตกต่างกัน และมีการกำหนดกรอบเวลา (Time Windows) ของลูกค้าแต่ละรายที่แตกต่างกัน

ปัญหา VRP เป็นปัญหาเชิงการจัด (Combinatorial Problem) ของ 2 เซตย่อย คือเซตยานพาหนะและเซตของลูกค้า ปัญหา VRP สามารถแสดงได้โดยกราฟ $G = (V, E)$ เมื่อ $V = \{V_0,..,V_n\}$ และ $E = \{(V_i, V_j) : 0 \le i, j \le N\}$ กำหนดให้ V_0 คือคลังสินค้า และลูกค้า $V_i \in V$, ปริมาณสินค้าที่ลูกค้าต้องการ คือ q_i, ระยะเวลาในการเดินทางจาก V_i ไปยัง V_j แทนด้วย TT_{ij}, ประเภทยานพาหนะจำนวน k ประเภท แต่ละประเภทมีความจุสูงสุด คือ Q_k

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยกลุ่มของ

ดัชนี (Indices) พารามิเตอร์ (Parameters) ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variables) สมการเป้าหมาย (Objective Function) ข้อจำกัด (Constraints) โดยมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

ดัชนีและเซต

- i, j แทนหมายเลขลูกค้า
- k แทนหมายเลขประเภทยานพาหนะ
- m แทนหมายเลขยานพาหนะ
- N เซตของลูกค้า
- V เซตของประเภทยานพาหนะ
- T_K เซตของยานพาหนะประเภท

พารามิเตอร์

- C_{ijk} ต้นทุนการขนส่งจากลูกค้าที่ i ไปยัง j ด้วยยานพาหนะประเภท k
- TT_{ij} เวลาการขนส่งจากลูกค้า i ไปยัง j
- q_i ปริมาณความต้องการสินค้าของลูกค้าที่ i
- Q_k ความจุของยานพาหนะประเภท k
- e_i เวลาเริ่มต้นของกรอบเวลาในการบริการลูกค้าที่ i
- l_i เวลาสิ้นสุดของกรอบเวลาในการบริการลูกค้าที่ i
- f_k ต้นทุนคงที่ของยานพาหนะประเภท k
- t_i ระยะเวลาการให้บริการที่ลูกค้า i
- pl ค่าปรับจากการล่วงเวลา
- v_k ค่าสัมประสิทธิ์การเดินทางของยานพาหนะประเภท k
- M จำนวนบวกที่มีค่ามาก
- ε จำนวนบวกที่มีค่าน้อย

ตัวแปรตัดสินใจ

$$x_{ijkm} = \begin{cases} 1 & \text{ยานพาหนะคันที่ } m \text{ ประเภท } k \text{ ขนส่งสินค้าจาก } i \text{ ไป } j \\ 0 & \text{กรณีอื่น ๆ} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{ถ้าลูกค้า } i \text{ ได้รับบริการหลังจากเวลาสิ้นสุดของกรอบเวลา} \\ 0 & \text{กรณีอื่นๆ} \end{cases}$$

- s_i เวลาเริ่มต้นในการให้บริการลูกค้าที่ i

แบบจำลอง

$$Min\ Z = \sum_{k\in V} f_k \sum_{j\in N} \sum_{m\in T_k} x_{0jkm} + \sum_{i\in N} \sum_{j\in N} \sum_{k\in V} \sum_{m\in T_k} c_{ijk} x_{ijkm} + \sum_{i\in N} pl.y_i \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{j\in N, j\neq i} \sum_{k\in V} \sum_{m\in T_k} x_{ijkm} = 1 \quad \forall i \in N, i \neq 0 \quad (2)$$

$$\sum_{i\in N, i\neq j} \sum_{k\in V} \sum_{m\in T_k} x_{ijkm} = 1 \quad \forall j \in N, j \neq 0 \quad (3)$$

$$\sum_{j\in N} x_{jikm} = \sum_{l\in N} x_{ilkm} \quad \forall i \in N, k \in V, m \in T_k \quad (4)$$

$$\sum_{j\in N, j\neq 0} x_{0jkm} \geq x_{ilkm} \quad \forall i, l \in N, i \neq l \neq 0, k \in V, m \in T_k \quad (5)$$

$$\sum_{m\in T_k} \sum_{j\in N} x_{0jkm} \leq |T_k| \quad \forall k \in V \quad (6)$$

$$\sum_{j\in N, j\neq 0} x_{0jkm} = \sum_{j\in N, j\neq 0} x_{j0km} \leq 1 \quad \forall k \in V, m \in T_k \quad (7)$$

$$\sum_{i\in N, i\neq 0} \sum_{j\in N} q_i x_{ijkm} \leq Q_k \quad \forall k \in V, m \in T_k \quad (8)$$

$$s_i + t_i + v_k TT_{ij} - M(1 - x_{ijkm}) \leq s_j \quad \forall i, j \in N, j \neq 0, k \in V, m \in T_k \quad (9)$$

$$\sum_{\substack{j\in N, \\ j\neq 0}} x_{0jkm_1} \geq \sum_{\substack{j\in N, \\ j\neq 0}} x_{0jkm_2} \quad \forall m_1, m_2 \in T_k, k \in V, m_2 - m_1 = 1 \quad (10)$$

$$s_i \geq e_i \quad \forall i \in N, k \in V, m \in T_k \quad (11)$$

$$s_i - l_i \leq My_i \quad \forall i \in N, i \neq 0 \quad (12)$$

$$s_i - l_i \geq -M(1 - y_i) + \varepsilon \quad \forall i \in N, i \neq 0 \quad (13)$$

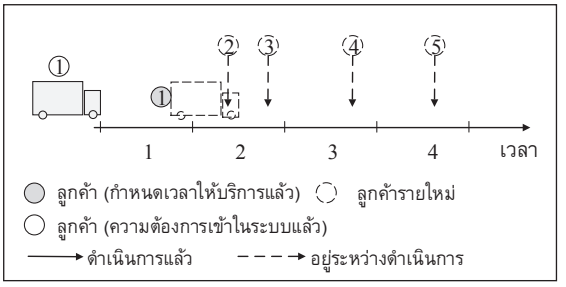
$$s_i \geq 0 \qquad \forall i \in N \qquad (14)$$

$$x_{ijkm}, y_i = \{0,1\} \qquad \forall i, j \in N, \; k \in V, \; m \in T_k \qquad (15)$$

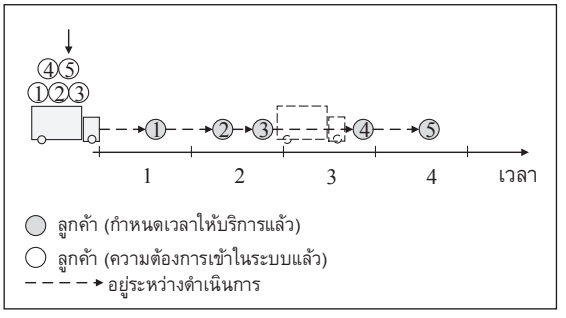
สมการ (1) แสดงต้นทุนรวมทั้งหมดที่น้อยที่สุด ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายการใช้ยานพาหนะ ค่าใช้จ่ายการขนส่งและค่าปรับ สมการ (2) และ (3) เป็นเงื่อนไขบังคับให้มียานพาหนะเข้าและออกได้เพียงหนึ่งคันสำหรับลูกค้าแต่ละคน สมการ (4) เป็นเงื่อนไขกำหนดว่ายานพาหนะที่เข้าและออกของลูกค้าแต่ละคนต้องเป็นยานพาหนะคันเดียวกันและ (5) เป็นเงื่อนไขที่กำหนดว่ายานพาหนะต้องมีการเดินทางออกจากคลังสินค้าก่อนจึงจะให้บริการลูกค้ารายอื่นได้ สมการ (6) มีการกำหนดว่ายานพาหนะที่ออกจากคลังสินค้าต้องไม่เกินจำนวนรถที่มีอยู่ในแต่ละประเภทของยานพาหนะ สมการ (7) กำหนดว่ายานพาหนะที่มีการเดินทางออกจากคลังสินค้าจะต้องมีการเดินทางกลับมาสิ้นสุดที่คลังสินค้า สมการ (8) เป็นเงื่อนไขบังคับให้ปริมาณสินค้ารวมที่จะต้องขนส่งต้องไม่เกินความจุของยานพาหนะ สมการ (9) กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างเวลาเริ่มขนส่งสินค้าของลูกค้าที่มีเส้นทางการขนส่งต่อเนื่องกัน สมการ (10) กำหนดให้บริการลูกค้าด้วยยานพาหนะในแต่ละประเภทอย่างเป็นลำดับ สมการ (11) กำหนดให้เวลาในการบริการลูกค้าหลังเวลาเริ่มต้นกรอบเวลา สมการที่ (12) และ (13) กำหนดให้มีการตรวจสอบว่ามีการให้บริการหลังกรอบเวลาที่กำหนดสำหรับลูกค้าแต่ละรายหรือไม่ สมการที่ (14) และ (15) กำหนดคุณสมบัติของตัวแปรตัดสินใจที่เกี่ยวข้อง

จากสมการเป้าหมายและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่กล่าวมานั้น ผู้วิจัยได้สนใจในส่วนของเวลาการให้บริการของยานพาหนะประเภทต่าง ๆ ที่ให้บริการลูกค้าที่ i โดยมีเงื่อนไขเพิ่มเติม ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 แบบจำลองที่แสดงไว้ข้างบน เป็นกรณีที่ยานพาหนะสามารถจัดส่งสินค้าให้ลูกค้าที่มีคำสั่งซื้อเข้ามาในระหว่างการเดินทางได้ แต่ต้องส่งสินค้าให้ลูกค้าหลังจากการเริ่มต้นของกรอบเวลาของลูกค้าแต่ละราย เช่น เวลาเริ่มต้นมีความต้องการของลูกค้าที่ 1 เข้ามาในระบบ ยานพาหนะจึงเริ่มออกเดินทางไปลูกค้ารายดังกล่าว และระหว่างการให้บริการจะมีลูกค้าลำดับที่ 2–5 เริ่มทยอยเข้ามาระหว่างการเดินทาง ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 ยานพาหนะจัดส่งสินค้าเมื่อคำสั่งซื้อจากลูกค้าเข้ามาระหว่างการเดินทาง



รูปที่ 6 ยานพาหนะจัดส่งสินค้าเมื่อคำสั่งซื้อจากลูกค้าที่จัดส่งด้วยยานพาหนะคันนั้นมาในระบบ

กรณีที่ 2 เป็นกรณีที่ยานพาหนะจะออกเดินทางได้ก็ต่อเมื่อคำสั่งซื้อจากลูกค้าทั้งหมดเข้ามาในระบบ เช่น กรณีมีลูกค้าจำนวน 5 ราย ลูกค้าลำดับที่ 1–4 ต้องรอการให้บริการจนกว่าลูกค้าลำดับที่ 5 ซึ่งเป็นรายสุดท้ายที่แสดงความต้องการสินค้า และภายใต้ข้อจำกัดการเดินทางของยานพาหนะคันนั้น ยานพาหนะจึงจะเริ่มออกให้บริการตามลำดับ ดังรูปที่ 6 และเพิ่มสมการที่ (16) เข้าไปในแบบจำลองข้างต้น

$$s_0 \geq e_i \cdot x_{ijkm} \qquad \forall i, j \in N, k \in V, m \in T_k \qquad (16)$$

3.2 ตัวอย่างการคำนวณ

ในหัวข้อนี้จะขอแสดงตัวอย่างการใช้แบบจำลองกำหนดการเชิงคณิตศาสตร์จากหัวข้อที่ 3.1 ในการหาคำตอบ ข้อมูลต่างๆ ผู้วิจัยได้ทำการสร้างขึ้นมาเพื่อนำมาทดสอบกับแบบจำลองนี้ โดยใช้ตัวอย่างการจัดเส้นทางขนส่งไปยังลูกค้าจำนวน 15 ราย มีระยะทางจากลูกค้า i ไปยังลูกค้า j เป็นแบบสมมาตรดังรูปที่ 7

ลูกค้าแต่ละรายมีความต้องการสินค้าและมีกรอบเวลาแต่ละรายไม่เท่ากัน โดยกำหนดให้เวลาเริ่มต้นให้บริการ e_i คือเวลาที่คำสั่งซื้อจากลูกค้า i เข้ามาในระบบ ดังตารางที่ 1 กำหนดให้ยานพาหนะมีทั้งหมด 3 ประเภทๆ ละ 2 คัน แต่ละประเภทมีความจุไม่เท่ากัน โดยพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบการจัดเส้นทางมีค่าดังตารางที่ 2

ตารางที่ 1 ปริมาณความต้องการสินค้าและกรอบเวลา

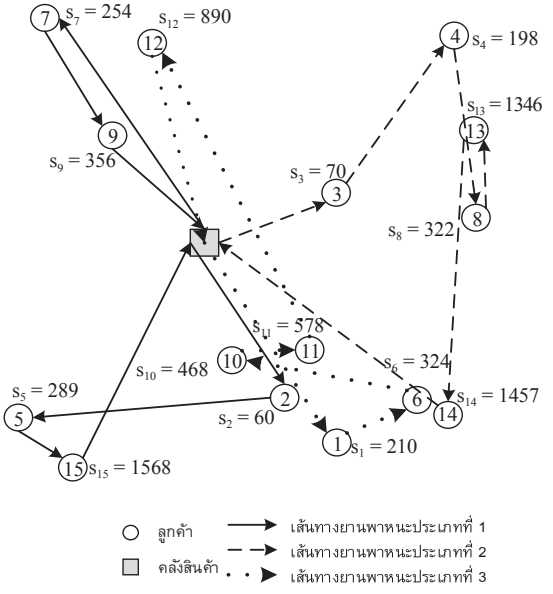
ลูกค้าที่	ความต้องการสินค้า (q_i) (หน่วย)	เวลาเริ่มต้นให้บริการ (e_i) (นาที)	เวลาสิ้นสุดให้บริการ (l_i) (นาที)
1	5	50	210
2	15	60	240
3	20	70	250
4	10	98	258
5	15	130	289
6	40	150	340
7	30	170	350
8	15	225	445
9	20	356	546
10	25	468	638
11	30	578	738
12	40	890	1160
13	30	1346	1546
14	10	1446	1666
15	20	1568	1788

ตารางที่ 2 ค่าพารามิเตอร์ของการจัดเส้นทาง

พารามิเตอร์	ยานพาหนะประเภทที่		
	1	2	3
ความจุของยานพาหนะ (Q_k) (หน่วย)	50	100	150
ค่าสัมประสิทธิ์การเดินทางของยานพาหนะ (v_k)	1.5	1.0	0.8
ค่าใช้จ่ายคงที่ของยานพาหนะ (f_k) (บาท)	300	500	700
ค่าปรับ (pl) (บาท)	500		

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	42	29	28	66	52	53	59	51	29	27	29	41	56	55	54
1	42	0	14	45	86	61	22	101	50	71	16	14	82	66	22	47
2	29	14	0	38	81	52	31	87	50	57	1	8	70	63	33	42
3	28	45	38	0	43	79	43	72	24	48	38	32	48	28	45	77
4	66	86	81	43	0	118	77	82	41	71	80	74	58	23	79	119
5	52	61	52	79	118	0	82	82	98	59	51	59	79	107	83	22
6	53	22	31	43	77	82	0	110	37	82	33	26	89	55	2	68
7	59	101	87	72	82	82	110	0	95	30	86	88	25	89	112	98
8	51	50	50	24	41	98	37	95	0	72	50	42	70	18	39	92
9	29	71	57	48	71	59	82	30	72	0	56	58	20	70	84	71
10	27	16	1	38	80	51	33	86	50	56	0	9	68	62	34	42
11	29	14	8	32	74	59	26	88	42	58	9	0	68	55	27	50
12	41	82	70	48	58	79	89	25	70	20	68	68	0	63	91	90
13	56	66	63	28	23	107	55	89	18	70	62	55	63	0	56	103
14	55	22	33	45	79	83	2	112	39	84	34	27	91	56	0	69
15	54	47	42	77	119	22	68	98	92	71	42	50	90	103	69	0

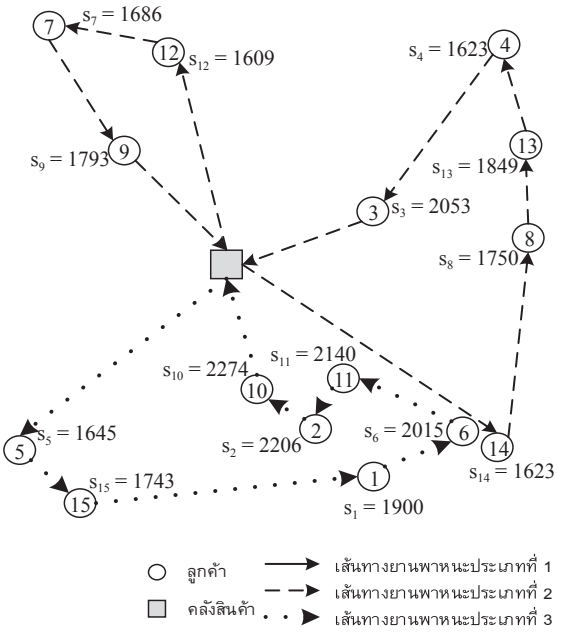
รูปที่ 7 ระยะทางจากลูกค้า i ไปยังลูกค้า j



รูปที่ 8 การจัดเส้นทางกรณีที่ 1

จากการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาตัวอย่างด้วยแบบจำลองทั้งสองกรณี ได้ผลลัพธ์เป็นเส้นทางการขนส่งและเวลาเริ่มต้นการรับบริการของลูกค้าแต่ละราย (s_i) ของกรณีที่ 1 และ 2 ดังรูปที่ 8 และ 9 ตามลำดับ

จากรูปที่ 8 สามารถสรุปเส้นทางการเดินทางของยานพาหนะในการจัดส่งสินค้า โดยแบ่งออกเป็นทั้งหมด



รูปที่ 9 การจัดเส้นทางกรณีที่ 2

4 เส้นทาง ซึ่งมีการใช้ยานพาหนะทั้งหมด 3 ประเภท ดังนี้ ยานพาหนะประเภทที่ 1 จำนวน 2 เส้นทาง ยานพาหนะประเภทที่ 2 และ 3 จำนวนละ 1 เส้นทาง โดยยานพาหนะออกจากคลังสินค้า ณ นาทีที่ 0 และยานพาหนะคันแรกเริ่มออกจากคลังสินค้าให้บริการลูกค้าที่ 2 เป็นรายแรก ณ นาทีที่ 60 ด้วยยานพาหนะประเภทที่ 1 และลูกค้ารายที่ 15 ได้รับบริการลำดับสุดท้าย ณ นาทีที่ 1568 โดยเส้นทางในการขนส่งของยานพาหนะแต่ละคัน และเวลาเริ่มต้นในการบริการลูกค้าแต่ละรายแสดงในตารางที่ 3 และ 4 ตามลำดับ

ตารางที่ 3 ผลการจัดเส้นทางกรณีที่ 1

ยานพาหนะประเภทที่	คันที่	เส้นทาง
1	1	0 → 2 → 5 → 15 → 0
1	2	0 → 7 → 9 → 0
2	1	0 → 3 → 4 → 8 → 13 →14 → 0
2	2	-
3	1	0 → 1 → 6 → 10 → 11 → 12 → 0
3	2	-

ตารางที่ 4 เวลาที่ยานพาหนะเริ่มให้บริการกรณีที่ 1

ยานพาหนะประเภทที่	คันที่	เวลาเริ่มให้บริการที่ลูกค้า (นาที)
1	1	0 – 60 – 289 – 1568
1	2	0 – 254 – 356
2	1	0 – 70 – 198 – 322 – 1346 – 1457
2	2	-
3	1	0 – 210 – 324 – 468 – 578 – 890
3	2	-

จากรูปที่ 9 สามารถสรุปเส้นทางการเดินทางของยานพาหนะในการจัดส่งสินค้าไปยังลูกค้า โดยแบ่งออกเป็น 3 เส้นทาง ซึ่งมีการใช้ยานพาหนะประเภทที่ 2 จำนวน 2 เส้นทาง และยานพาหนะประเภทที่ 3 จำนวน 1 เส้นทาง โดยยานพาหนะออกจากคลังสินค้าเมื่อลูกค้ารายสุดท้ายเข้ามาในระบบที่จัดส่งด้วยยานพาหนะคันเดียวกันและยานพาหนะคันแรกเริ่มออกจากคลังสินค้าให้บริการลูกค้ารายที่ 12 เป็นรายแรก ณ นาทีที่ 1609 เนื่องจากยานพาหนะรับความต้องการของลูกค้าที่ 15 เป็นรายสุดท้าย และลูกค้ารายที่ 10 ได้รับบริการลำดับสุดท้าย ณ นาทีที่ 2274 โดยเส้นทางในการขนส่งของยานพาหนะแต่ละคัน และเวลาเริ่มต้นในการบริการลูกค้าแต่ละรายแสดงในตารางที่ 5 และ 6 ตามลำดับ

ตารางที่ 5 ผลการจัดเส้นทางกรณีที่ 2

ยานพาหนะประเภทที่	คันที่	เส้นทาง
1	1	-
1	2	-
2	1	0 → 12 → 7 → 9 → 0
2	2	0 → 14 → 8 → 13 → 4 → 3 → 0
3	1	0 → 5 → 15 → 1 → 6 → 11 → 2 →10→0
3	2	-

ตารางที่ 6 เวลาที่ยานพาหนะเริ่มให้บริการกรณีที่ 2

ยานพาหนะประเภทที่	คันที่	เวลาเริ่มให้บริการที่ลูกค้า (นาที)
1	1	-
1	2	-
2	1	0 – 1609 –1689 –1793
2	2	0 – 1623 –1750 –1849 – 1623 – 2053
3	1	0 – 1645 –1743 –1900 – 2015 – 2140 – 2206 – 2274
3	2	-

ตารางที่ 7 เปอร์เซ็นต์ปริมาณสินค้าที่ยานพาหนะบรรทุก

ยานพาหนะประเภทที่	คันที่	กรณีที่ 1	กรณีที่ 2
1	1	100	-
1	2	100	-
2	1	85	90
2	2	-	85
3	1	93	100
3	2	-	-
เฉลี่ย		94.50	91.67

จากการจัดเส้นทางการขนส่งทั้ง 2 กรณีนั้น พบว่าระยะทางที่ยานพาหนะใช้ในกรณีที่ 1 และ 2 ทั้งหมด 730.28 และ 535.89 กิโลเมตร เนื่องจากกรณีที่ 1 ยานพาหนะจะออกจากคลังสินค้าไปให้บริการลูกค้าที่แสดงคำสั่งซื้อเข้ามาและระหว่างให้บริการอยู่นั้นจะมีความต้องการของลูกค้ารายอื่นๆ เข้ามาอาจจะทำให้เกิดการเดินทางย้อนกลับไปกลับมาเพื่อให้ทันต่อการบริการภายในกรอบระยะเวลา แต่ถ้าพิจารณาต้นทุนทั้งหมดจะพบว่ากรณีที่ 2 มีต้นทุนสูงกว่า 68.53 เปอร์เซ็นต์ เนื่องจากเกิดความล่าช้าในการให้บริการลูกค้าทั้งหมด 13 ราย คือ ลูกค้าลำดับที่ 1 ถึงลูกค้าลำดับที่ 13 เนื่องจากต้องรอให้ลูกค้ารายสุดท้ายที่จัดส่งด้วยยานพาหนะคันดังกล่าวแจ้งความต้องการสินค้าเข้ามาในระบบก่อนยานพาหนะจึงสามารถออกเดินทางให้บริการได้จึงทำให้เกิดค่าปรับ ส่วนกรณีที่ 1 นั้นไม่เกิดความล่าช้าในการให้บริการต่อลูกค้าและเวลาเริ่มต้นการให้บริการลูกค้ารายสุดท้ายเร็วกว่ากรณีที่ 2

ปริมาณสินค้าที่ยานพาหนะทำการบรรทุกเพื่อจัดส่งไปยังลูกค้าในกรณีที่ 1 ยานพาหนะประเภทที่ 1 จำนวน 2 คัน สามารถบรรทุกสินค้าได้ 100 เปอร์เซ็นต์ ส่วนยานพาหนะประเภทที่ 2 และ 3 นั้น สามารถบรรทุกสินค้าได้ 85 และ 93 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ โดยเฉลี่ยอยู่ที่ 94.50 เปอร์เซ็นต์ ส่วนกรณีที่ 2 ยานพาหนะประเภทที่ 2 สามารถบรรทุกสินค้าได้ 90 และ 85 เปอร์เซ็นต์ และยานพาหนะประเภทที่ 3 สามารถบรรทุกสินค้าได้ 100 เปอร์เซ็นต์ โดยเฉลี่ยอยู่ที่ 91.67 เปอร์เซ็นต์ ดังแสดงในตารางที่ 7

4. ผลการทดสอบ

การทดสอบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหานี้ ผู้วิจัยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนตัว 1 เครื่องสำหรับการสร้างแบบจำลองและหาค่าคำตอบ โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. หน่วยประมวลผลกลาง (CPU) Intel Core^{tm} i5 1.80 GHz

2. หน่วยความจำหลัก (RAM) 4.00 GB

3. ระบบปฏิบัติการ Microsoft Windows 8.1

4. โปรแกรมที่ใช้ในการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดในงานวิจัยนี้คือ โปรแกรม Gurobi 5.6.2 และเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วย AMPL (A modeling Language for Mathematical Programming)

การทดสอบปัญหาการจัดเส้นทางแบบพลวัตนี้ได้ใช้พารามิเตอร์เดียวกับตัวอย่างในหัวข้อที่ 5 นอกจากนั้นแล้วผู้วิจัยได้ทำการสร้างชุดข้อมูลเพื่อทดสอบกับแบบจำลองข้างต้นดังต่อไปนี้

1. ตำแหน่งลูกค้าสุ่มเลือกอยู่ในช่วงพิกัด (0, 0) ถึง (100, 100) กิโลเมตร

2. ระยะเวลาในการให้บริการ (t_i) อยู่ในช่วง (50, 90) นาที

3. ความต้องการสินค้าอยู่ในช่วง (5, 40) หน่วย

ผลการทดสอบการจัดเส้นทางสำหรับลูกค้าจำนวน 5–25 ราย โดยแบ่งประเภทยานพาหนะทั้งหมด 3 ประเภท โดยลูกค้าจำนวน 5–10 ราย มียานพาหนะประเภทละ 1 คัน

ส่วนลูกค้าจำนวน 13–25 ราย มียานพาหนะประเภทละ 2 คัน โดยผลการทดสอบประกอบด้วยต้นทุนค่าใช้จ่าย ระยะทางรวม เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบ เปอร์เซ็นต์ความต่างด้านค่าใช้จ่ายและระยะทาง ผลการเปรียบเทียบเงื่อนไขการจัดเส้นทางกรณีที่ 1 และ 2 พบว่า กรณีที่ 2 มีต้นทุนค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดสูงกว่ากรณีที่ 1 โดยเฉลี่ย 68.96 เปอร์เซ็นต์ แต่เมื่อพิจารณาระยะทางที่ยานพาหนะใช้ทั้งหมดพบว่ากรณีที่ 1 มีระยะทางมากกว่ากรณี 2 โดยเฉลี่ย 10.16 เปอร์เซ็นต์ ส่วนระยะเวลาในการหาคำตอบที่เหมาะสมนั้น กรณีที่ 1 สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมภายในระยะเวลาที่จำกัดสำหรับลูกค้าจำนวนไม่เกิน 17 ราย ส่วนกรณีที่ 2 ลูกค้าไม่เกิน 10 ราย ส่วนลูกค้าจำนวน 20–25 ราย ได้กำหนดเวลาเพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมภายในเวลา 3 ชั่วโมง ซึ่งพบว่ากรณีที่ 2 มีการเพิ่มข้อจำกัด คือ อสมการที่ (16) ทำให้ไม่สามารถหาคำตอบที่ต่ำที่สุดในปัญหาที่มีจำนวนลูกค้ามากกว่า 10 ราย ดังแสดงในตารางที่ 8

ในการเปรียบเทียบผลการทดสอบสามารถหาเปอร์เซ็นต์ความต่างด้านค่าใช้จ่ายและความต่างด้านระยะทางทั้ง 2 กรณีสามารถคำนวณได้สมการที่ (17) และสมการที่ (18)

$$\frac{\text{ค่าใช้จ่ายกรณีที่ 2} - \text{ค่าใช้จ่ายกรณีที่ 1}}{\text{ค่าใช้จ่ายกรณีที่ 2}} \times 100 \quad (17)$$

$$\frac{\text{ระยะทางกรณีที่ 1} - \text{ระยะทางกรณีที่ 2}}{\text{ระยะทางกรณีที่ 1}} \times 100 \quad (18)$$

ตารางที่ 8 เปรียบเทียบผลการทดสอบการจัดเส้นทางกรณี 1 และ 2

ชุดข้อมูล	จำนวนลูกค้า (ราย)	กรณีที่ 1				กรณีที่ 2				% ความต่างด้านค่าใช้จ่าย	% ความต่างด้านระยะทาง
		จำนวนยานพาหนะต่อประเภท (1 – 2 – 3)	ค่าใช้จ่ายรวม (บาท)	ระยะทางรวม (กิโลเมตร)	เวลาในการหาคำตอบ (วินาที)	จำนวนยานพาหนะต่อประเภท (1 – 2 – 3)	ค่าใช้จ่ายรวม (บาท)	ระยะทางรวม (กิโลเมตร)	เวลาในการหาคำตอบ (วินาที)		
1	5	1 – 1 – 0	965.50	165.49	1.45	1 – 1 – 0	1965.50	123.44	1.84	50.88	25.41
2	8	1 – 1 – 0	1325.48	400.94	1.67	1 – 1 – 0	3795.68	369.81	38.20	65.08	7.76
3	10	0 – 1 – 1	1907.01	402.67	30.99	1 – 0 – 1	4646.96	381.15	5955.29	58.96	5.34
4	13	2 – 2 – 0	1891.43	595.85	71.49	0 – 2 – 1	7785.85	412.10	N/S	75.71	30.84
5	15	2 – 1 – 1	2865.62	730.28	152.46	0 – 2 – 1	9106.05	535.89	N/S	68.53	26.62
6	17	1 – 2 – 0	2145.30	633.75	592.88	1 – 2 – 0	7562.72	557.52	N/S	71.63	12.03
7	20	2 – 2 – 1	3366.94	742.42	N/S	2 – 2 – 1	12764.35	662.04	N/S	73.62	10.83
8	23	1 – 2 – 1	2392.23	640.10	N/S	1 – 2 – 2	11233.44	792.7	N/S	78.70	-23.84
9	25	0 – 2 – 2	3046.51	794.96	N/S	0 – 2 – 2	13530.89	823.42	N/S	77.48	-3.58
เฉลี่ย										68.96	10.16

*** N/S กำหนดเวลาหยุดการหาคำตอบไว้ที่ 3 ชั่วโมง คำตอบที่ได้ไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด แต่เป็นคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Solution)

ตารางที่ 9 ลูกค้าที่เกิดการล่วงเวลาในการให้บริการ

ชุดข้อมูล	จำนวนลูกค้า (ราย)	กรณี 1	กรณี 2	% ลูกค้าที่ได้รับบริการล่าช้าในกรณี 2
1	5	-	2	40.00
2	8	-	5	62.50
3	10	-	6	60.00
4	13	-	12	92.31
5	15	-	13	86.67
6	17	-	11	64.71
7	20	-	19	95.00
8	23	-	16	69.57
9	25	-	21	84.00
เฉลี่ย				72.75

จากตารางที่ 9 พบว่ากรณีที่ 1 ยานพาหนะเริ่มออกจากคลังสินค้าเมื่อคำสั่งซื้อจากลูกค้าเข้ามาโดยไม่ต้องรอจนกว่าลูกค้ารายสุดท้ายเข้ามาในระบบนั้นจะไม่เกิดการจัดส่งสินค้าที่ล่าช้าเลย ในทางกลับกันกรณีที่ 2 ยานพาหนะออกจากคลังสินค้าเมื่อคำสั่งซื้อจากลูกค้าที่จัดส่งด้วยยานพาหนะคันนั้นมาถึงจะทำให้เกิดการจัดส่งสินค้าที่ลำดับสุดท้ายที่จัดส่งด้วยยานพาหนะคันนั้นเข้ามาในระบบจะทำให้เกิดความล่าช้าในการจัดส่งเนื่องจากเวลาการมาถึงของลูกค้าในแต่ละรายมีเวลาที่ไม่แน่นอนมีค่าสูงสุดที่ 95 เปอร์เซ็นต์ และต่ำสุดที่ 40 เปอร์เซ็นต์ โดยเฉลี่ยประมาณ 72.75 เปอร์เซ็นต์

5. สรุปและอภิปรายผล

งานวิจัยนี้สร้างแบบจำลองกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสมเพื่อแก้ปัญหาการจัดเส้นทางแบบพลวัตโดยกำหนดให้มียานพาหนะหลายประเภทและมีกรอบระยะเวลาในการให้บริการลูกค้าแต่ละรายไม่เท่ากัน โดยเงื่อนไขที่พิจารณาเป็นการกำหนดเวลาที่ยานพาหนะออกจากคลังสินค้าเพื่อให้บริการลูกค้า 2 กรณีคือ ยานพาหนะสามารถจัดส่งสินค้าให้ลูกค้าที่มีคำสั่งซื้อเข้ามาในระหว่างการเดินทางได้ และต้องส่งสินค้าให้ลูกค้าหลังจากเริ่มต้นกรอบเวลา และยานพาหนะจะออกจากคลังสินค้าได้ก็ต่อเมื่อคำสั่งซื้อจากลูกค้าทั้งหมดเข้ามาในระบบ พบว่า ระยะทางที่ใช้ในการเดินทางพบว่ากรณีที่ 1 สูงกว่ากรณีที่ 2 โดยเฉลี่ย 10.16 เปอร์เซ็นต์

ค่าใช้จ่ายรวมที่เกิดขึ้นนั้นแบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ ค่าใช้จ่ายการใช้ยานพาหนะ ค่าใช้จ่ายการขนส่งและค่าปรับ โดยต้นทุนค่าใช้จ่ายของการจัดเส้นทางกรณีที่ 2 สูงกว่ากรณีที่ 1 โดยเฉลี่ย 68.96 เปอร์เซ็นต์ เนื่องจากการจัดส่งสินค้าที่ล่าช้าและมีการคิดคำนวณค่าปรับ ดังนั้นเมื่อมีการรอให้ลูกค้ารายสุดท้ายเข้ามาในระบบจึงเริ่มให้ยานพาหนะออกให้บริการนั้นมีโอกาสสูงในการให้บริการล่วงเวลาจึงส่งผลต่อค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมด แต่หากค่าปรับที่เกิดการที่เกิดจากการล่วงเวลามีค่าที่น้อยและระยะเวลาในการเดินทางมากขึ้นอาจจะทำให้ค่าใช้จ่ายทั้งหมดของการจัดเส้นทางของยานพาหนะกรณีที่ 2 ดีกว่ากรณีที่ 1 ได้

อย่างไรก็ดีปัญหาการจัดเส้นทางส่วนใหญ่จะพิจารณาผลิตภัณฑ์เพียง 1 ชนิดเท่านั้น ซึ่งในความเป็นจริงอาจจะมีการขนส่งผลิตภัณฑ์มากกว่า 1 ชนิด และในอนาคตสามารถนำวิธีการทางเมต้าฮิวริสติกมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหานี้ได้เพื่อให้ได้คำตอบที่เหมาะสมภายในระยะเวลาที่ต้องการ

เอกสารอ้างอิง

[1] G. B. Dantzig and J. H. Ramser, “The truck dispatching problem,” *Management Science*, vol. 6, pp. 80–91, 1959.

[2] P. Toth and D. Vigo, *The Vehicle Routing Problem.* Philadelphia, PA, USA: Siam, 2001.

[3] V. Pillac, M. Gendreau, C. Guéret, and A. L. Medaglia, “A review of dynamic vehicle routing problems,” *European Journal of Operational Research*, vol. 225, pp. 1–11, 2013.

[4] V. Pillac, C. Guéret, and A. Medaglia, “A fast re-optimization approach for dynamic vehicle

routing," École des Mines de Nantes, France 2012.

[5] G. Laporte, F. Louveaux, and H. Mercure, "The vehicle routing problem with stochastic travel times," *Transportation Science*, vol. 26, pp. 161–170, 1992.

[6] A. S. Kenyon and D. P. Morton, "Stochastic vehicle routing with random travel times," *Transportation Science*, vol. 37, pp. 69–82, 2003.

[7] P. Kilby, P. Prosser, and P. Shaw, "Dynamic VRPs: A study of scenarios," University of Strathclyde Technical Report, pp. 1–11, 1998.

[8] C. Zhi-Long and X. Hang, "Dynamic column generation for dynamic vehicle routing with time windows," *Transportation Science*, vol. 40, pp. 74–88, 2006.

[9] H. N. Psaraftis, "A dynamic-programming solution to the single vehicle many-to-many immediate request dial-a-ride problem," *Transporation Science*, vol. 14, pp. 130–154, 1980.

[10] M. Gendreau, F. Guertin, J. Y. Potvin, and E. Taillard, "Parallel tabu search for real-time vehicle routing and dispatching," *Transportation Science*, vol. 33, pp. 381–390, 1999.

[11] É. Taillard, P. Badeau, M. Gendreau, F. Guertin, and J.-Y. Potvin, "A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft time Windows," *Transportation Science*, vol. 31, pp. 170, 1997.

[12] S. Ichoua, M. Gendreau, and J.-Y. Potvin, "Vehicle dispatching with time-dependent travel times," *European Journal of Operational Research*, vol. 144, pp. 379–396, 2003.

[13] S. Ichoua, M. Gendreau, and J. Y. Potvin, "Diversion issues in real-time vehicle dispatching," *Transportation Science*, vol. 34, pp. 426–438, 2000.

[14] M.-S. Chang, S.-R. Chen, and C.-F. Hsueh, "Real-time vehicle routing problem with time windows and simultaneous delivery/pickup demands," *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, vol. 5, pp. 2273–2286, 2003.

[15] A. Attanasio, J.-F. Cordeau, G. Ghiani, and G. Laporte, "Parallel Tabu search heuristics for the dynamic multi-vehicle dial-a-ride problem," *Parallel Computing*, vol. 30, pp. 377–387, 2004.

[16] A. Beaudry, G. Laporte, T. Melo, and S. Nickel, "Dynamic transportation of patients in hospitals," *OR Spectrum*, vol. 32, pp. 77–107, 2010.

[17] R. W. Bent and P. Van Hentenryck, "Scenario-based planning for partially dynamic vehicle routing with stochastic customers," *Operations Research*, vol. 52, pp. 977–987, 2004.

[18] A. Haghani and S. Jung, "A dynamic vehicle routing problem with time-dependent travel times," *Computers & Operations Research*, vol. 32, pp. 2959–2986, 2005.

[19] R. Dondo and J. Cerdá, "An MILP framework for dynamic vehicle routing problems with time windows," *Latin American Applied Research*, vol. 36, pp. 255–261, 2006.

[20] S.-H. Huang and C. A. Blazquez, "A model for solving the dynamic vehicle dispatching problem with customer uncertainty and time dependent link travel time," *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, pp. 163–174, 2012.

[21] Y. Xu, L. Wang, and Y. Yang, "Dynamic vehicle routing using an improved variable neighborhood search algorithm," *Journal of Applied Mathematics*, vol. 2013, 2013.

[22] K. Sawat, "Dynamic scheduling for vehicle routing problems," Master degree, Industrial engineering, Chulalongkorn university, 2006 (in Thai).

[23] K. Meesuptaweekoon and P. Chaovalitwongse, "Dynamic vehicle routing problem with multiple depots," *Engineering Journal*, vol. 18, pp. 135–149, 2014.

[24] C.-T. Su, "Dynamic vehicle control and scheduling of a multi-depot physical distribution system," *Integrated Manufacturing Systems*, vol. 10, pp. 56–65, 1999.

[25] P. L. Holborn, "Heuristics for dynamic vehicle routing problems with pickups and deliveries and time windows," Doctor of Philosophy, School of Mathematics, Cardi University, 2013.

[26] G. Ninikas and I. Minis, "Reoptimization strategies for a dynamic vehicle routing problem with mixed backhauls," *Networks*, 2014.

[27] J. Magalhães and J. Sousa, "Dynamic VRP in pharmaceutical distribution—a case study," *Central European Journal of Operations Research*, vol. 14, pp. 177–192, June 1, 2006.

[28] J. Y. Luo, J. Y. Wang, and H. Yu, "A dynamic vehicle routing problem for responding to large-scale emergencies," in *E-Business and E-Government (ICEE), 2010 International Conference on*, pp. 1495–1499, 2010.

[29] M. Najafi, K. Eshghi, and S. de Leeuw, "A dynamic dispatching and routing model to plan/ re-plan logistics activities in response to an earthquake," *OR Spectrum*, vol. 36, pp. 323–356, 2014.