



บทความวิจัย

การปรับปรุงขั้นตอนวิธีหึ่งห้อยเพื่อแก้ปัญหาค่าเหมาะที่สุดไม่เชิงเส้น กรณีประยุกต์ใช้บนไมโครซอฟท์เอ็กซ์เซล

ปรารธนา มินเสน*

ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 08 9636 8394 อีเมล: pradthana_min@g.cmru.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2022.08.008

รับเมื่อ 24 มีนาคม 2564 แก้ไขเมื่อ 17 พฤษภาคม 2564 ตอรับเมื่อ 21 พฤษภาคม 2564 เผยแพร่ออนไลน์ 22 สิงหาคม 2565

© 2023 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดในฟังก์ชันไม่เชิงเส้นเปรียบเทียบสมรรถนะ 21 ฟังก์ชันด้วยขั้นตอนวิธีหึ่งห้อยที่มีจำนวนหึ่งห้อยแตกต่างกัน 3 ค่า การปรับปรุงขั้นตอนวิธีหึ่งห้อยที่มีจำนวนหึ่งห้อยแตกต่างกัน 3 ค่า และโซลเวอร์ของไมโครซอฟท์เอ็กซ์เซล 2 วิธี ประกอบไปด้วย วิธีเกรเดียนต์ลดรูปแบบวางนัยทั่วไป (GRG) และวิธีเชิงวิวัฒน์ (EV) โดยได้ใช้เกณฑ์การตัดสินใจ 3 เกณฑ์ คือ 1) อัตราความสำเร็จในการค้นหาค่าตอบ 2) ค่าตอบเหมาะที่สุดเฉลี่ย และ 3) เวลาค้นหาค่าตอบเฉลี่ย เป็นตัวกำหนดวิธีการค้นหาค่าตอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด จำนวนสถานการณ์ที่ทดลองรวมทั้งหมด 168 สถานการณ์ ในแต่ละสถานการณ์มีจำนวนครั้งการทำซ้ำ 100 รอบ ผลการวิจัยพบว่า การปรับปรุงขั้นตอนวิธีหึ่งห้อย เมื่อกำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S จำนวนหึ่งห้อย 80 ตัว และพารามิเตอร์ $\alpha = 0.2$, $\delta = 0.75$, $\beta_{\min} = 0.1$, $\beta_0 = 0.1$ และ $\gamma = 0.1$ ได้อัตราความสำเร็จในการค้นหาค่าตอบมากที่สุดและค่าตอบเหมาะที่สุดเฉลี่ยต่ำสุดจำนวนฟังก์ชันมากที่สุด ส่วนวิธี GRG เป็นวิธีการค้นหาค่าตอบที่เร็วที่สุดในทุกฟังก์ชัน

คำสำคัญ: ขั้นตอนวิธีหึ่งห้อย เกรเดียนต์ลดรูปแบบวางนัยทั่วไป เชิงวิวัฒน์ โซลเวอร์



Modified Firefly Algorithm for Solving Non-linear Optimization Problems: Application on Microsoft Excel

Pradthana Minsan*

Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat University, Chiang Mai, Thailand

* Corresponding Author, Tel. 08 9636 8394, E-mail: pradthana_min@g.cmru.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2022.08.008

Received 24 March 2021; Revised 17 May 2021; Accepted 21 May 2021; Published online: 22 August 2022

© 2023 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

Abstract

The objective of this research was comparing the method to solve optimization benchmark 21 non-linear functions. The comparing three methods for solving optimization are Firefly Algorithm (FA) with three different numbers of fireflies, modified Firefly Algorithm with three different numbers of fireflies and generalized reduced gradient (GRG) and evolutionary (EV) in solver of Microsoft Excel. Decision criteria are 1) Success rate (SR) 2) Average Fitness (AF) and 3) Average run time (AT) for determining the most effective method of finding the answer. The result of 168 simulations, each simulation repeated 100 iterations indicated that modified Firefly Algorithm that the weight loss value α which Inverse s-curve function 80 fireflies which $\alpha = 0.2$, $\delta = 0.75$, $\beta_{\min} = 0.1$, $\beta_0 = 0.1$, and $\gamma = 0.1$ has maximum success rate and minimum average run time. Meanwhile, GRG is the fastest method to find answers all functions.

Keywords: Firefly Algorithm, Generalized reduced gradient, Evolutionary, Solver

1. บทนำ

ใน ค.ศ. 2008 Yang [1] ได้นำเสนอขั้นตอนวิธีหิ่งห้อย (Firefly Algorithm; FA) โดยวิธีการนี้ได้มีการนำไปประยุกต์ใช้อ้างอิงมากกว่า 2,000 รายการในบทความวิจัย สามารถนำไปแก้ไขปัญหาได้หลากหลายรูปแบบ เนื่องจากเป็นวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดมัลติโมดอล (Multimodal Optimization) ให้อัตราการความสำเร็จ และมีประสิทธิภาพของคำตอบที่ดี FA เป็นการใช้กลยุทธ์การค้นหา และพยายามหลีกเลี่ยงการติดอยู่ในค่าต่ำสุดเฉพาะที่ (Local Minimum) ที่ไม่ใช่ผลเฉลยที่ดีที่สุด กระบวนการจะทำงานแบบวนซ้ำเลียนแบบพฤติกรรมของหิ่งห้อย และหยุดทำงานเมื่อตรงตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ FA เป็นเครื่องมือสำคัญที่ถูกนำมาใช้งานทั่วไป รวมทั้งใช้ในการค้นหาคำตอบของงานวิจัยต่างๆ เช่น Khadwilard และคณะ [2] ได้ประยุกต์ใช้ FA ในการแก้ปัญหาตารางการผลิตตามงาน (Job Shop Scheduling) และได้ผลสรุปที่เป็นข้อเสนอแนะในการนำ FA ไปประยุกต์ใช้ โดยกำหนดพารามิเตอร์ของ FA ไว้ที่ $\alpha = 0.5, \beta_0 = 1, \gamma = 0.1$ อย่างไรก็ตาม ขึ้นอยู่กับปัญหาที่ทำการศึกษาซึ่งอาจไม่เหมาะสมกับทุกกรณี Musigawan และคณะ [3] ได้การประยุกต์ใช้ FA ร่วมกับสแต็ปไซส์แรนดอมเพื่อค้นหาค่าที่เหมาะสมในเครื่องจักรเรียนรู้เอ็กซ์ตรีมซิงวิวัฒนาการ ผลสรุปพบว่า วิธีการนี้ได้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าวิธีการอื่น Chai-ead [4] ได้ทำการทดลองเปรียบเทียบ FA กับขั้นตอนวิธีผึ้ง (Bees Algorithm) ที่พัฒนาโดย Pham และคณะ [5] และฮันทิงเสิร์ช (Hunting Search Algorithm) ที่พัฒนาโดย Oftadeh และคณะ [6] และผลลัพธ์การทดลองผ่านฟังก์ชันไม่เชิงเส้นวัดเปรียบเทียบสมรรถนะ 5 ฟังก์ชันรวมทั้งทดลองผ่านระบบจำลองทางวิศวกรรมกรณีปัญหาในอุตสาหกรรม 5 ปัญหา ผลการทดลองเปรียบเทียบ 3 วิธีวิธี FA ให้สรุปที่ดีกว่าเป็นส่วนใหญ่

ดังนั้นผู้วิจัยได้เล็งเห็นถึงความสำคัญของการนำวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) FA มาเขียนคำสั่งบนนิพจน์เบสิกโนโปรแกรมประยุกต์ (Visual Basic for Applications; VBA) ซึ่งได้ปรับปรุงและกำหนดพารามิเตอร์ของ FA เพื่อให้เหมาะกับการใช้สำหรับเอ็กซ์เซล โดยนำมาเปรียบเทียบการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในโซลเวอร์ (Solver) ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ได้รับ

การติดตั้งเพิ่มคำสั่งแบบกำหนดเองของเอ็กซ์เซล เรียกว่า แอดอินส์ (Add Ins) ที่มีวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดตัวแบบไม่เชิงเส้น (Non-linear Model) 2 วิธี คือ วิธีเกรเดียนต์ลดรูปแบบวางนัยทั่วไป (Generalized Reduced Gradient; GRG) และวิธีเชิงวิวัฒนาการ (Evolutionary; EV) โดย Minsan & Minsan [7] และ Minsan [8] ได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธี GRG และ EV ในโซลเวอร์กับวิธีการนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson; NR) และเกรเดียนต์สังยุค (Conjugate Gradient; CG) ที่มีในเอ็กซ์เซลเวอร์ชัน 2007 หรือเก่ากว่า พบว่าคุณภาพในการค้นหาคำตอบโซลเวอร์เวอร์ชันใหม่คือ วิธี GRG และ EV เป็นวิธีที่ให้คุณภาพการค้นหาคำตอบที่ดีที่สุด ในผลลัพธ์ของงานวิจัยดังกล่าวจึงเหมาะสมจะนำวิธี GRG และ EV มาใช้ในการเปรียบเทียบกับวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด FA ในงานวิจัยครั้งนี้

การทดลองในการวิจัยครั้งนี้ใช้ฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบสมรรถนะจำนวน 21 ฟังก์ชัน เพื่อหาข้อสรุปว่า วิธีการ FA เป็นวิธีการที่ดีในการค้นหาคำตอบ โดยใช้เกณฑ์วิธีการตัดสินใจ (Decision Method) 3 เกณฑ์ ได้แก่ อัตราความสำเร็จในการค้นหาคำตอบ (Success Rate; SR) คำตอบที่เหมาะสมที่สุดเฉลี่ย (Average Fitness; AF) และเวลาค้นหาคำตอบเฉลี่ย (Average Run Time; AT)

2. วัสดุ อุปกรณ์และวิธีการวิจัย

2.1 ขั้นตอนวิธีแบบหิ่งห้อย (FA)

ขั้นตอนวิธีแบบหิ่งห้อย ถูกนำเสนอโดย Xin-She Yang ค.ศ. 2008 โดยมีแรงบันดาลใจมาจากพฤติกรรมการกระพริบแสงของหิ่งห้อย ซึ่งความเข้มของแสงที่ถูกเปล่งออกมาจะสอดคล้องกับความน่าสนใจของหิ่งห้อยที่อยู่บริเวณใกล้เคียง ทำให้หิ่งห้อยอยู่ที่บริเวณดังกล่าวบินเข้าหา ดังนั้นความเข้มของแสงก็จะสื่อความหมายถึงฟังก์ชันวัตถุประสงค์ นั่นคือถ้าความเข้มของแสงมากแสดงว่าหิ่งห้อยตัวดังกล่าวมีค่าคำตอบของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ดีกว่าหิ่งห้อยตัวที่มีแสงน้อยกว่า การประยุกต์ FA สำหรับค้นหาค่าที่เหมาะสมมีหลักการแนวคิด 3 ข้อ ดังนี้

1) หิ่งห้อยทุกตัวไม่มีการแบ่งเพศ (Unisex) ดังนั้น

หึ่งห้อยหนึ่งตัวจะถูกดึงดูดความสนใจโดยหึ่งห้อยตัวอื่นๆ โดยไม่คำนึงถึงเพศของหึ่งห้อย

2) ความน่าดึงดูดของหึ่งห้อย (Attractiveness) จะขึ้นอยู่กับความสว่างของแสงของพวกมัน ดังนั้นหึ่งห้อยแต่ละตัว จะทำการเคลื่อนที่ไปหาหึ่งห้อยตัวที่อยู่ใกล้ก่อนและมีแสงที่เปล่งออกมาสว่างมากกว่ามัน และความน่าดึงดูดของหึ่งห้อยที่เป็นสัดส่วนกับความสว่างจะลดลงเมื่อระยะทางเพิ่มขึ้น แต่ถ้าหากหึ่งห้อยทั้งสองตัวมีความเข้มของแสงเท่ากัน มันจะทำการเคลื่อนที่แบบสุ่ม

3) ความสว่าง (Brightness) ความสว่างของหึ่งห้อย มีความสัมพันธ์กับฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ในกรณีที่กำหนด ปัญหาเป็นการหาค่าน้อยที่สุด หึ่งห้อยที่มีความสว่างมากที่สุด คือหึ่งห้อยตัวนั้นได้เป็นหึ่งห้อยที่ให้ค่าคำนวณฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นค่าน้อยที่สุด (Minimum) ส่วนกรณีที่กำหนดปัญหาเป็นการหาค่ามากที่สุด หึ่งห้อยที่มีความสว่างมากที่สุดคือหึ่งห้อยตัวนั้นได้เป็นหึ่งห้อยที่ให้ค่าคำนวณฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นค่ามากที่สุด (Maximum)

ใน FA มีสองส่วนที่มีความสำคัญ คือ ความน่าดึงดูดและความสว่าง การกำหนดความน่าดึงดูดใจของหึ่งห้อยจากค่าความสว่างของตัวเองซึ่งได้จากฟังก์ชันวัตถุประสงค์ [1], [9], [10]

สำหรับความสว่าง I ของหึ่งห้อยที่อยู่ ณ ตำแหน่ง \mathbf{x} ถูกกำหนดค่าได้จาก $I(\mathbf{x}) \propto f(\mathbf{x})$ [11] แต่อย่างไรก็ตาม ค่าความน่าดึงดูด β จะมีความสัมพันธ์กับการมองเห็นจากหึ่งห้อยตัวอื่นๆ ดังนั้นจึงขึ้นอยู่กับค่าระยะทาง r_{ij} ระหว่างหึ่งห้อย i และหึ่งห้อย j ซึ่งค่าความเข้มของแสงสว่าง (Light Intensity) จะลดลงเมื่อค่าระยะทางระหว่างหึ่งห้อยทั้ง 2 ตัวเพิ่มขึ้นเนื่องจากถูกดูดกลืนไปในอากาศที่หึ่งห้อยบินอยู่ และค่าความน่าดึงดูดจึงปรับไปตามระดับของการดูดกลืนนั้น

ค่าความเข้มของแสงสว่าง $I(r)$ คำนวณได้ตามกฎกำลังสองผกผัน (Inverse Square Law) ดังสมการที่ (1)

$$I(r) = \frac{I_s}{r^2} \quad (1)$$

ที่ I_s เป็นความเข้มที่ตำแหน่งต้นทาง (Source) เมื่อ

กำหนดให้สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง (Light Absorption Coefficient) คงที่ γ ความเข้มของแสงสว่าง I จะปรับไปตามระยะทาง r ดังสมการที่ (2)

$$I = I_0 e^{-\gamma r} \quad (2)$$

ที่ I_0 เป็นความเข้มแสงสว่างที่จุดเริ่มต้นที่มีระยะทาง $r = 0$ โดยกรณีนี้จะไม่พิจารณา $r = 0$ ในสมการที่ (1) ผลกระทบรวมกันของกฎกำลังสองผกผันและการดูดกลืนแสงสามารถถูกประมาณได้เป็น

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma r^2} \quad (3)$$

ดังนั้นค่าความน่าดึงดูดของหึ่งห้อย β จะขึ้นอยู่กับค่าความเข้มแสงสว่างที่ถูกเห็นโดยหึ่งห้อยที่พิจารณา จึงใช้ประโยชน์จากความเข้มแสงระหว่างหึ่งห้อยสมการที่ (3) สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (4)

$$\beta = \beta_0 e^{-\gamma r^2} \quad (4)$$

ที่ β_0 เป็นความน่าดึงดูดของหึ่งห้อย ที่ $r = 0$ ในการกำหนด $\gamma = 0$ จะทำให้ไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงกับค่าความน่าดึงดูดของหึ่งห้อยจะทำให้ค่า $\beta = \beta_0$ แต่ในทางกลับกันถ้ากำหนดให้ $\gamma = \infty$ ค่า $\beta = 0$ ซึ่งกลายเป็นการค้นหาแบบสุ่มไม่สนใจหึ่งห้อยตัวอื่นๆ Yang [11] แนะนำค่า γ ควรกำหนดอยู่ในช่วงตั้งแต่ 0.001 ถึง 1,000 และ Yang ได้กำหนด $\gamma = 1$ และ $\beta_0 = 0$ ในค่าโดยปริยาย (Default) ของ FA เพื่อการใช้งานโดยทั่วไป

ในการนำมาใช้งานค่าความน่าดึงดูดของหึ่งห้อยในสมการที่ (4) อาจจะเป็นศูนย์ได้ถ้าระยะห่างของหึ่งห้อยห่างกันมาก ดังนั้นจากสมการที่ (4) จะกำหนดให้มีค่าขั้นต่ำ β_{\min} เพื่อให้หึ่งห้อยอย่างน้อยมีค่าความน่าดึงดูดเป็นไปตามที่กำหนด จึงปรับสมการได้เป็นดังสมการที่ (5)

$$\beta = (\beta_0 - \beta_{\min}) e^{-\gamma r^2} + \beta_{\min} \quad (5)$$

ในสมการที่ (5) ถ้าพจน์แรกมีค่าเป็น 0 อย่างน้อยค่าความน่าดึงดูดของหิ่งห้อยก็จะมีค่าเป็น β_{\min} จะทำให้หิ่งห้อยเคลื่อนไหวไปหาหิ่งห้อยตัวที่มีความเข้มแสงสว่างมากกว่าแม้เพียงเล็กน้อย

ระยะทาง และการเคลื่อนไหว (Distance and Movement) ระหว่างหิ่งห้อย 2 ตัว เมื่อ r เป็นระยะทางระหว่างหิ่งห้อย i และ j จะเขียนว่า r_{ij} ที่ x_i และ x_j ใช้ระยะทางคาร์ทีเซียน (Cartesian Distance) ดังสมการที่ (6)

$$r_{ij} = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{i,k} - x_{j,k})^2} \quad (6)$$

ที่ $x_{i,k}$ เป็นตัวแปรที่ k ของพิกัดเชิงพื้นที่ (Spatial Coordinate) x_i ลำดับหิ่งห้อยตัวที่ i ในกรณี $d = 2$ คือมีตัวแปร 2 ตัวแปร สามารถเขียนได้เป็นดังสมการที่ (7)

$$r_{ij} = \sqrt{(x_{i,1} - x_{j,1})^2 + (x_{i,2} - x_{j,2})^2} \quad (7)$$

การเคลื่อนไหวของหิ่งห้อย i เมื่อเทียบกับหิ่งห้อยตัวอื่น j ถ้าสมมติว่าหิ่งห้อย j มีความสว่างมากกว่า หิ่งห้อย i จะเคลื่อนไหวดังสมการที่ (8)

$$\mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \beta(\mathbf{x}_j^t - \mathbf{x}_i^t) + \alpha' \mathbf{e}_i^t \quad (8)$$

ที่ $\beta = ((\beta_0 - \beta_{\min})e^{-\gamma r_{ij}} + \beta_{\min})$ และพจน์ที่ 2 ของสมการ (8) เป็นความน่าดึงดูดของหิ่งห้อยระหว่าง i และ j และพจน์ที่ 3 เป็นการสุ่มที่กำหนดให้ α' เป็นพารามิเตอร์ของการสุ่ม \mathbf{e}_i^t เป็นเลขสุ่มที่ได้มาจากการแจกแจงเกาส์เซียน (Gaussian Distribution) [1], [9], [11] หรือการแจกแจงเอกรูป (Uniform Distribution) โดยงานวิจัยนี้ ให้การแจกแจงเอกรูปร่วมกับการกำหนดขอบเขตของขนาดของปัญหา ดังนั้นจึงปรับค่า \mathbf{e}_i เป็น $(rand - 0.5)(\mathbf{u} - \mathbf{l})$ ที่ซึ่ง $rand$ เป็นเลขสุ่มของการแจกแจงเอกรูปมีค่าระหว่างใน (0, 1) ดังนั้น \mathbf{e}_i^t จึงเป็นรอบที่ t ใดๆ เมื่อ \mathbf{u} เป็น upperbound เป็นค่าขอบเขตบนที่กำหนด $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ และ \mathbf{l} เป็น lowerbound เป็นค่าขอบเขตล่างที่กำหนด $\mathbf{l} = (l_1, l_2, \dots, l_n)^T$ และ t เป็นรอบที่ในการค้นหาคำตอบ สามารถเขียนสมการที่ (8)

ใหม่ได้ดังสมการที่ (9)

$$\mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t(1 - \beta) + \beta\mathbf{x}_j^t + \alpha'(rand - 0.5)(\mathbf{u} - \mathbf{l}) \quad (9)$$

พื้นฐานการทำงานของ FA มีรหัสเทียม (Pseudo Code) แสดงดังรูปที่ 1

2.2 การปรับปรุงขั้นตอนวิธีแบบหิ่งห้อย (Modified Firefly Algorithm)

2.2.1 การลดน้ำหนักค่า α

การลดน้ำหนักค่าการสุ่มมีตัวพารามิเตอร์ที่ต้องพิจารณาอยู่ 2 ตัว คือ δ และ α โดยค่า δ นั้น จะเป็นตัวพารามิเตอร์ที่กำหนดเพื่อไปลดน้ำหนักของค่า α ที่จะถูกนำไปใช้ในการคำนวณ FA ในแต่ละรอบ t ในการค้นหาคำตอบ (Iterations) ดังนั้นโดยทั่วไปค่า δ จึงสามารถกำหนดได้ระหว่าง 0 ถึง 1 ค่า δ ที่มากจะทำให้การกระจายตัวของหิ่งห้อยกระจายมาก และในทางกลับกันค่า δ ที่น้อยจะกระจายน้อยกว่า ในกรณีค่า α ก็เช่นเดียวกันคือ กำหนดได้ระหว่าง 0 ถึง 1 ซึ่งค่าที่กำหนดนั้นจะเป็นค่า α เริ่มต้น และจะมีค่าลดลงตาม δ ที่กำหนดไว้

FA แบบดั้งเดิมนั้นจะกำหนดการลดลงของค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลัง (Exponential Function) คือ เมื่อรอบการค้นหาคำตอบเพิ่มขึ้นค่า α จะมีอัตราการลดลงเร็วในช่วงแรก และจะมีอัตราการลดลงช้าเมื่อรอบการค้นหาเพิ่มขึ้นดังรูปที่ 2 (ก) ในงานวิจัยนี้นำเสนอการลดค่า α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S (Inverse s-curve Function) คือ เมื่อรอบการค้นหาคำตอบเพิ่มขึ้นค่า α จะมีอัตราการลดลงช้าในช่วงแรก และจะมีอัตราการลดลงเร็วในช่วงถัดไป และเมื่อรอบการค้นหาเพิ่มขึ้นก็จะกลับมามีอัตราการลดลงช้าอีกครั้ง ดังรูปที่ 2 (ข)

การลดค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลัง ในสมการที่ (10) และการลดค่า α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ในสมการที่ (11)

$$\alpha^t = \delta\alpha^{t-1} \quad (10)$$

$$\alpha^t = \frac{\alpha}{(1 + 0.002e^{(1-\delta)^t})} \quad (11)$$

Firefly Algorithm

Objective function $f(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$.

Generate an initial population of n firefly $\mathbf{x}_i = (i = 1, 2, \dots, n)$

Light intensity I_i at \mathbf{x}_i is determined by $f(\mathbf{x}_i)$

Define light absorption coefficient γ

while ($t < \text{MaxGeneration}$),

for $i = 1 : n$ (all n fireflies)

for $j = 1 : n$ (all n fireflies) (inner loop)

if ($I_i < I_j$)

Move firefly i towards j

end if

Vary attractiveness with distance r via $e^{-\gamma r^2}$.

Evaluate new solutions and update light intensity.

end for j

end for i

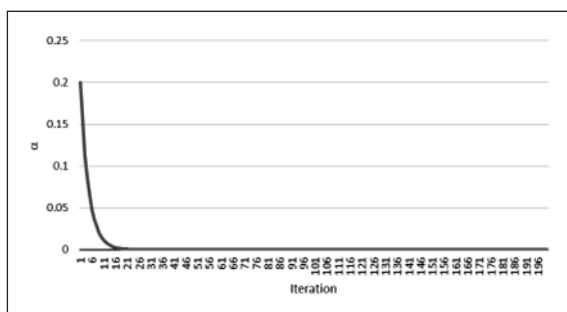
Rank the fireflies and find the current global best \mathbf{g}_*

end while

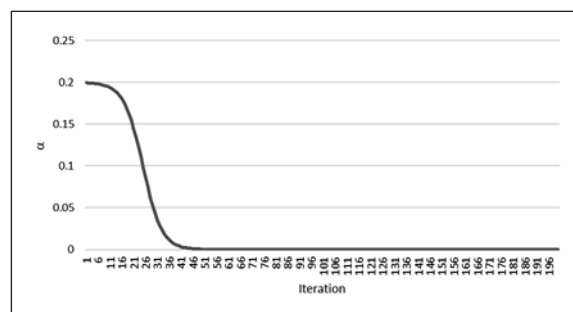
Post process results and visualization.

ที่มา: Xin-She Yang [1], [9], [11]

รูปที่ 1 รหัสเทียม ของ FA



(ก)

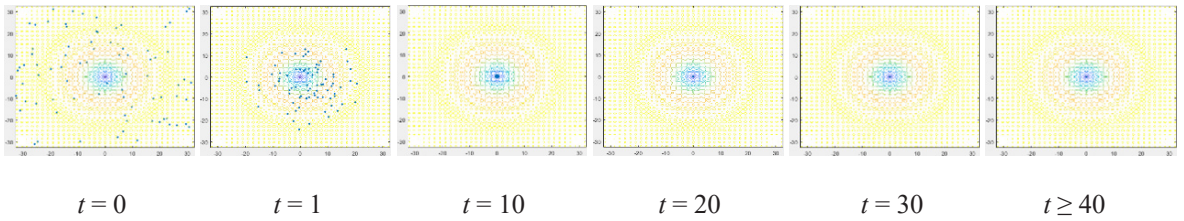


(ข)

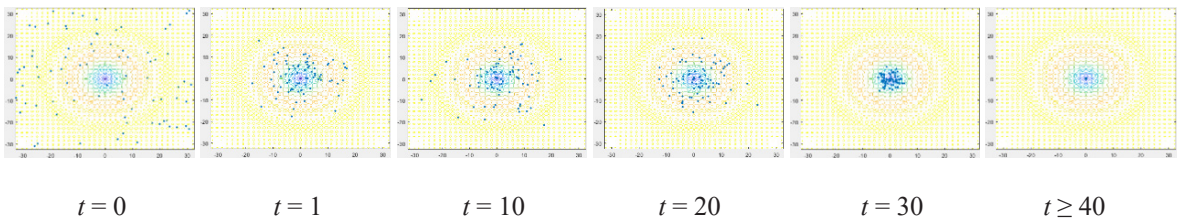
รูปที่ 2 การลดค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลัง และแบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S

โดยที่ α ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการสุ่มตำแหน่งของ หิ่งห้อยมีค่าระหว่าง (0, 1) ที่ระดับ $t = 1$ เป็นรอบเริ่มต้นในการค้นหาคำตอบกำหนด $\alpha = 0.20$

δ ค่าที่ใช้เพื่อลดพื้นที่การสุ่มตำแหน่งของหิ่งห้อย กำหนด $\delta = 0.75$
 t รอบในการค้นหาคำตอบ $t = 1, 2, 3, \dots, \text{max_t}$ และ



รูปที่ 3 เส้นชั้นความสูง (Countour) การใช้การลด α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลังของการหาค่าเหมาะที่สุดฟังก์ชัน Ackley



รูปที่ 4 เส้นชั้นความสูง การใช้การลด α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ของการหาค่าเหมาะที่สุดฟังก์ชัน Ackley

กำหนดให้จำนวนรอบในการค้นหาค่าตอบมากที่สุด \max_t เท่ากับ 200

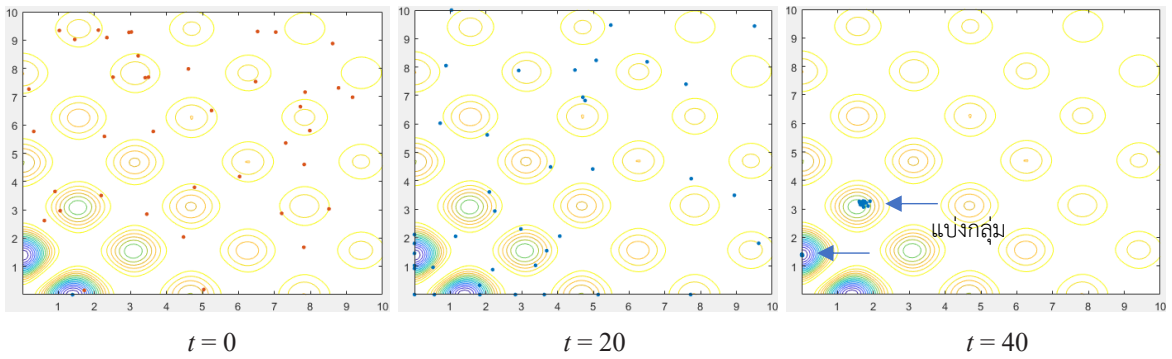
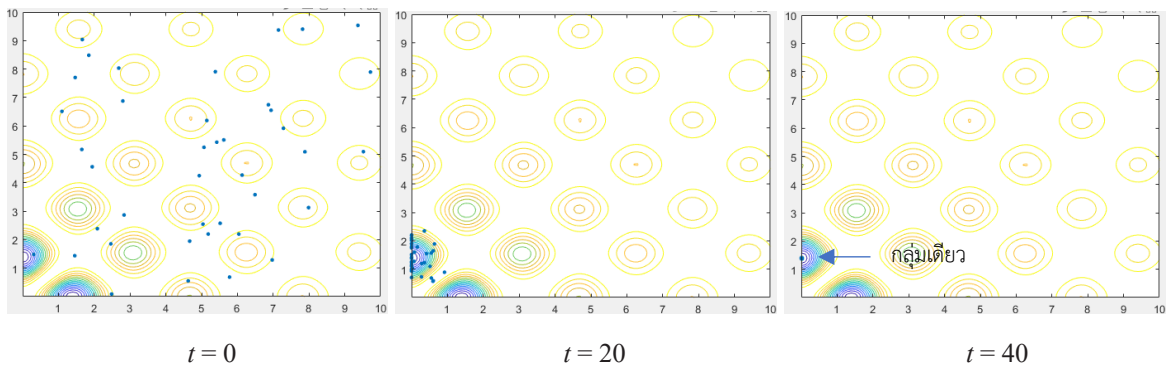
รูปที่ 2 (ก) ค่า α เริ่มต้นรอบที่ 1 เท่ากับ 0.20 รอบที่ 30 เท่ากับ 4.76×10^{-05} รอบที่ 100 เท่ากับ 8.55×10^{-14} รอบที่ 150 เท่ากับ 4.84×10^{-20} และค่าสุดท้ายที่รอบที่ 200 เท่ากับ 2.74×10^{-26} รูปที่ 2 (ข) ค่า α เริ่มต้นรอบที่ 1 เท่ากับ 0.20 รอบที่ 30 เท่ากับ 0.043327 รอบที่ 100 เท่ากับ 1.39×10^{-09} รอบที่ 150 เท่ากับ 5.18×10^{-15} และค่าสุดท้ายที่รอบที่ 200 เท่ากับ 1.93×10^{-20}

การลดค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลังของการหาค่าเหมาะที่สุดกรณีฟังก์ชัน Ackley ที่แสดงเป็นตัวอย่าง จะทำให้การค้นหาค่าตอบในพื้นที่ค่าตอบลดลงเร็ว ในรอบในการค้นหาค่าตอบที่ 1 ถึง 10 ดังรูปที่ 3 แต่การลดค่า α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ของการหาค่าเหมาะที่สุดฟังก์ชัน Ackley ที่แสดงเป็นตัวอย่าง จะทำให้การค้นหาค่าตอบในพื้นที่ค่าตอบที่เป็นไปได้ลดลงช้ากว่าในรอบในการค้นหาค่าตอบที่ 1 ถึง 40 ดังรูปที่ 4 อย่างไรก็ตาม การลดลงของค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลังจะค้นหาค่าตอบในเชิงลึกเฉพาะที่ได้มากกว่าเนื่องจากในรอบที่ 200 มีค่า $\alpha = 2.74 \times 10^{-26}$ ซึ่งมีหลักทศนิยมมากกว่าแบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ที่มีค่า $\alpha = 1.93 \times 10^{-20}$ อยู่ 6 หลัก

2.2.2 การกำหนดค่าพารามิเตอร์

ในงานวิจัยนี้สนใจกำหนดค่าพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ α และ δ ในการลดน้ำหนักการสุ่มของหิ่งห้อย และกำหนด β_{\min} ในการเข้าสู่หาหิ่งห้อยตัวที่มีแสงมากที่สุด (หิ่งห้อยที่มีค่าคำตอบของปัญหาที่ดีที่สุด)

1) การกำหนด α และ δ การกำหนด α และ δ จะมีผลต่อการเคลื่อนที่อย่างสุ่มของหิ่งห้อยตามพจน์ของสมการที่เกี่ยวข้องในสมการที่ (9) คือ $\alpha'(rand - 0.5)(\mathbf{u} - 1)$ ดังนั้น การกำหนด α' จึงเป็นการกำหนดขอบบนของผลการคำนวณ $\alpha'(rand - 0.5)(\mathbf{u} - 1)$ เมื่อค่า $rand$ สุ่มได้ค่าสูงสุด คือ 1 ของการแจกแจงเอกรูป (0, 1) เช่น กำหนด $\alpha' = 0.2$ และ $rand = 0.99999$ หรือประมาณ 1 ดังนั้น $\alpha'(rand - 0.5)$ จะมีค่าเท่ากับ 0.1 เช่นเดียวกัน $rand = 0.00001$ หรือประมาณ 0 ดังนั้น $\alpha'(rand - 0.5)$ จะมีค่าเท่ากับ -0.1 ถ้าตัวแปร x_i มีค่า $u_i = 10$ และ $l = -10$ การเคลื่อนไหวของหิ่งห้อยก็จะสุ่มอยู่ระหว่าง -2 ถึง 2 เมื่อกำหนดจุดเริ่มเป็น 0 นั่นเอง ดังนั้น ถ้ากำหนด α มากเกินไปก็จะทำให้การเคลื่อนไหวของหิ่งห้อยมีโอกาสไปติดอยู่ที่ขอบเขตบนหรือล่างของตัวแปร x_i^{t+1} ในรอบถัดไป และถ้ากำหนด α น้อยเกินไปก็จะทำให้การเดินทางของหิ่งห้อยเคลื่อนที่ที่น้อยจนอาจจะไม่สามารถค้นหาค่าตอบได้

รูปที่ 5 เส้นชั้นความสูง (Countour) กำหนด $\beta_{\min} = 0.05$ การหาค่าเหมาะที่สุดฟังก์ชัน Keaneรูปที่ 6 เส้นชั้นความสูง (Countour) กำหนด $\beta_{\min} = 0.5$ การหาค่าเหมาะที่สุดฟังก์ชัน Keane

ทั่วพื้นที่คำตอบที่เป็นไปได้

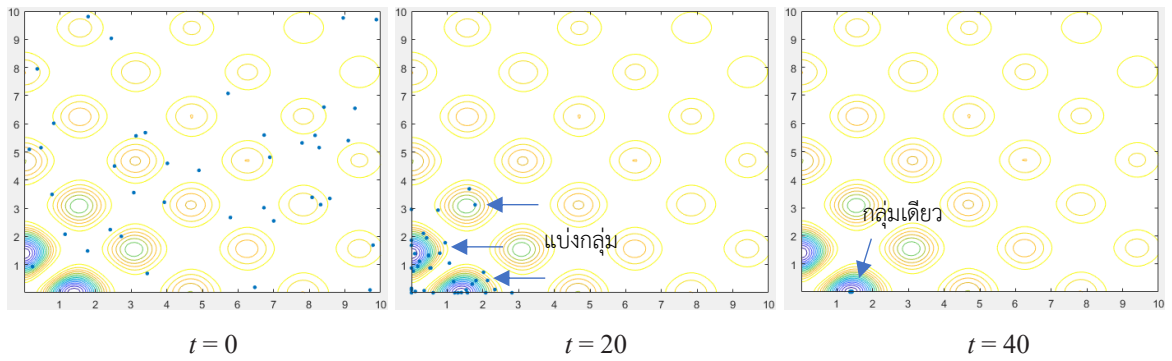
ดังนั้นจากการพิจารณาความเหมาะสมจึงกำหนดให้ $\alpha = 0.20$ และ $\delta = 0.75$ แทนในสมการที่ (10) และ (11) ซึ่งฟังก์ชันจะบินกระจายดังรูปที่ 5 คือ ในช่วงรอบในการค้นหาคำตอบ 1 ถึง 20 จะมีการค้นหาวางรอบฟังก์ชันที่มีความเข้มข้นสูง แล้วจึงลุ้เป็นการค้นหาแคบแต่ละเอียงเมื่อรอบในการค้นหาคำตอบมากกว่า 40 ขึ้นไป

2) การกำหนด β_{\min} จะมีผลโดยต่อค่า β ตามสมการที่ (5) ค่า β ที่คำนวณได้ในแต่ละรอบการค้นหาคำตอบจะเป็นแรงดึงดูดของฟังก์ชันที่มีแสงมากกว่าตามพจน์ของสมการที่ (5) โดยในงานวิจัยนี้กำหนดพารามิเตอร์ $\beta_0 = 1$ และ $\gamma = 1$ เพื่อศึกษาเฉพาะ β_{\min} ดังนั้น ขอบเขตของพจน์ $(\beta_0 - \beta_{\min})e^{-\gamma r^2} + \beta_{\min}$ จึงจะมีช่วงอยู่ระหว่าง β_{\min} ถึง $(\beta_0 - \beta_{\min})$ เช่น กำหนด $\beta_{\min} = 0.1$ นั่นคือถ้าฟังก์ชันอยู่ห่างกันมากค่าของ $e^{-\gamma r^2}$ จะมีค่าลู่เข้าสู่ 0 การเคลื่อนย้ายของฟังก์ชันตัวที่

แสงน้อยกว่าจะวิ่งเข้าหาฟังก์ชันตัวที่แสงมากกว่าที่ระดับค่า $\beta_{\min} = 0.1$ แต่ถ้าระยะห่างกันน้อยค่าของ $e^{-\gamma r^2}$ จะมีค่าลู่เข้าสู่ 1 การเคลื่อนย้ายของฟังก์ชันก็จะเท่ากับ $\beta_0 - \beta_{\min}(1) + \beta_{\min} = 1$

จากรูปที่ 5 การกำหนด $\beta_{\min} = 0.005$ การหาค่าเหมาะที่สุดฟังก์ชัน Keane ที่แสดงเป็นตัวอย่าง ซึ่งมีค่าน้อยจะทำให้ฟังก์ชันแบ่งกลุ่ม โดยบางกลุ่มจะค้นอยู่ในค่าเหมาะที่สุดเฉพาะที่ (Local Optimum) แทนที่จะไปช่วยค้นหาในกลุ่มที่มีค่าเหมาะที่สุดดีกว่าแต่ด้วยระยะทางที่ห่างการไปยังจุดนั้นต้องอาศัยรอบการค้นหาคำตอบที่มากขึ้น ในทางกลับกันจากรูปที่ 6 การกำหนด $\beta_{\min} = 0.5$ ซึ่งเป็นค่าที่มากจะทำให้ฟังก์ชันจับกลุ่มกันอย่างรวดเร็วเกินไป โดยจะไปรวมตัวกันค้นหาในจุดที่ฟังก์ชันมีความเข้มข้นสูงสุดเท่านั้น ไม่ค้นหากระจายไปทั่วพื้นที่ที่เป็นไปได้

ดังนั้น จากการพิจารณาความเหมาะสมจึงกำหนดให้ $\beta_{\min} = 0.1$ การค้นหาจะช่วยกันกระจายไปยังหลายจุดที่



รูปที่ 7 เส้นชั้นความสูง (Contour) กำหนด $\beta_{\min} = 0.1$ การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดฟังก์ชัน Keane

คาดว่าจะเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุด $t \leq 20$ และจะมารวมตัวกัน ค้นหาจุดที่หึ่งห้อยมีความความสว่างมากที่สุดรอบในการ ค้นหาคำตอบ $t \geq 40$ ดังรูปที่ 7

2.3 วิธีการดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวิธีการดำเนินการวิจัยดังนี้

2.3.1 กำหนดวิธีในการทดลองจำนวน 8 วิธี

โดยวิธีที่ 1–6 เป็นการค้นหาคำตอบด้วย FA และวิธี 7–8 ค้นหาคำตอบด้วยโซลเวอร์ ดังนี้

วิธีที่ 1 กำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันผกผัน เส้นโค้ง S และกำหนดจำนวนหึ่งห้อย 40 ตัว (s-curve 40 fireflies; FA₁)

วิธีที่ 2 กำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันผกผัน เส้นโค้ง S และกำหนดจำนวนหึ่งห้อย 60 ตัว (s-curve 60 fireflies; FA₂)

วิธีที่ 3 กำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันผกผัน เส้นโค้ง S และกำหนดจำนวนหึ่งห้อย 80 ตัว (s-curve 80 fireflies; FA₃)

วิธีที่ 4 กำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชัน เลขชี้กำลัง และกำหนดจำนวนหึ่งห้อย 40 ตัว (Expo 40 fireflies; FA₄)

วิธีที่ 5 กำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชัน เลขชี้กำลัง และกำหนดจำนวนหึ่งห้อย 60 ตัว (Expo 60 fireflies; FA₅)

วิธีที่ 6 กำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชัน

เลขชี้กำลัง และกำหนดจำนวนหึ่งห้อย 80 ตัว (Expo 80 fireflies; FA₆)

วิธีที่ 7 การค้นหาคำตอบด้วยวิธี GRG

วิธีที่ 8 การค้นหาคำตอบด้วยวิธี EV

2.3.2 ฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบสมรรถนะ (Benchmark Function) [12], [13]

กำหนดฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบสมรรถนะจำนวน 21 ฟังก์ชัน เป็นเกณฑ์การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ FA และวิธีการค้นหาคำตอบในโซลเวอร์ มีรายละเอียดดังตารางที่ 1 ดังนั้นจากจำนวนวิธีทดลอง 8 วิธี และจำนวนฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบสมรรถนะ 21 ฟังก์ชัน จึงคิดเป็นจำนวนสถานการณ์ที่ต้องจำลองทั้งสิ้น 168 สถานการณ์

2.3.3 วิธีการตัดสินใจ (Decision Method)

ในงานวิจัยนี้มีเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจวัดประสิทธิภาพของแต่ละสถานการณ์ 3 เกณฑ์ ดังนี้

1) อัตราความสำเร็จในการค้นหาคำตอบ (Success Rate; SR) ที่มีค่ามากที่สุดเป็นตัวกำหนดวิธีการค้นหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยมีสูตรดังสมการที่ (12) และ (13)

อัตราความสำเร็จในการค้นหาคำตอบ คือ

$$SR_k = \frac{s}{R} \times 100, k = FA_1, FA_2, \dots, FA_6, GRG, EV \quad (12)$$

เมื่อ s คือ จำนวนครั้งที่หาค่าต่ำสุดดวงกว้าง โดยถ้าค่า

$e_r = |f(x_1^*, x_2^*) - f(x_1, x_2)_r|$ ที่ $e_r \leq 10^{-10}$ เมื่อ $f(x_1^*, x_2^*)$ ค่าเหมาะที่สุดดวงกว้าง (Global Optimization) และ $f(x_1, x_2)_r$ คือ ค่าเหมาะที่สุดรอบที่ r , $r = 1, 2, 3, \dots, R$ ถือว่าการหาค่าเหมาะที่สุดในครั้ง r นั้น มีค่าต่ำที่สุดดวงกว้าง และ R คือ จำนวนรอบของการทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์ กำหนด R เท่ากับ 100

$$SR_{\max} = \text{Max}(SR_{FA_1}, \dots, SR_{FA_6}, SR_{GRG}, SR_{EV}) \quad (13)$$

เมื่อ SR_{\max} คือ อัตราความสำเร็จในการค้นหาค่าตอบมากที่สุด

2) ค่าตอบเหมาะที่สุดเฉลี่ย (Average Fitness; AF) โดยมีสูตรดังสมการที่ (14) และวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะเป็นค่าต่ำสุดของ AF ดังสมการที่ (15)

$$AF_k = \frac{\sum_{r=1}^R f(x_1, x_2)_r}{R}, k = FA_1, \dots, FA_6, GRG, EV \quad (14)$$

$$AF_{\min} = \text{Min}(AF_{FA_1}, \dots, AF_{FA_6}, AF_{GRG}, AF_{EV}) \quad (15)$$

เมื่อ AF_{\min} คือ ค่าค่าตอบเหมาะที่สุดเฉลี่ยต่ำสุด

3) เวลาค้นหาค่าตอบเฉลี่ย (Average Run Time; AT) คือเวลาเฉลี่ยในการค้นหาค่าตอบแต่ละฟังก์ชันวัตถุประสงค์ โดยมีสูตรดังสมการที่ (16) และวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะเป็นค่าต่ำสุดของ AT ดังสมการที่ (17)

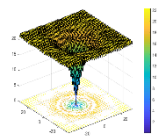
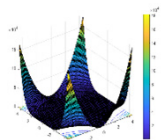
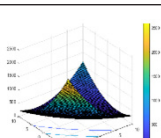
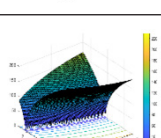
$$AT_k = \frac{\sum_{r=1}^R T_r}{R}, k = FA_1, FA_2, \dots, FA_6, GRG, EV \quad (16)$$

เมื่อ T_r คือ เวลาการค้นหาค่าตอบรอบที่ r , $r = 1, 2, 3, \dots, 100$

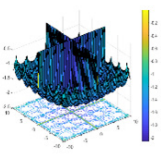
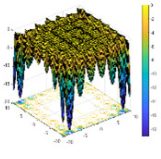
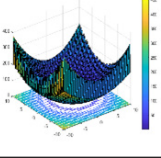
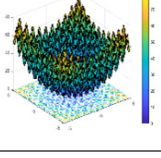
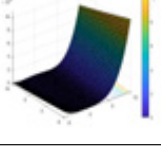
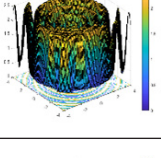
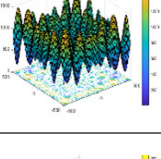
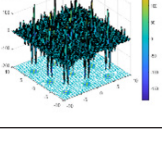
$$AT_{\min} = \text{Min}(AT_{FA_1}, \dots, AT_{FA_6}, AT_{GRG}, AT_{EV}) \quad (17)$$

เมื่อ AT_{\min} คือ เวลาค้นหาค่าตอบเฉลี่ยต่ำสุด

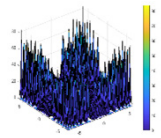
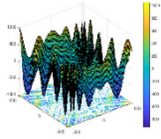
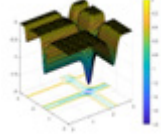
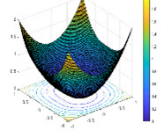
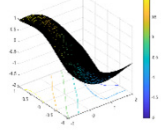
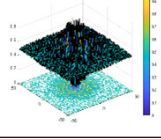
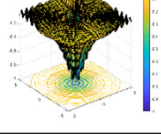
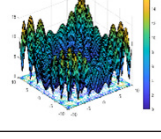
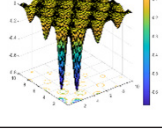
ตารางที่ 1 ฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบสมรรถนะ

Function Name	Benchmark Function (Search Space, Global Optimum)	Surface
Ackley	$-20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + \exp(1)$ ($\forall x \in [-32, 32]$, 0)	
Beale	$(1.5 - x_1 + x_1 x_2)^2 + (2.25 - x_1 + x_1 x_2^2)^2 + (2.625 - x_1 + x_1 x_2^3)^2$ ($\forall x \in [-4.5, 4.5]$, 0)	
Booth	$(x_1 + 2x_2 - 7)^2 + (2x_1 + x_2 - 5)^2$ ($\forall x \in [-10, 10]$, 0)	
Bukin No.6	$100 \sqrt{ x_2 - 0.01 x_1^2 } + 0.01 x_1 + 10 $ ($x_1 \in [-15, 5]$ และ $x_2 \in [-3, 3]$, 0)	

ตารางที่ 1 ฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบสมรรถนะ (ต่อ)

Function Name	Benchmark Function (Search Space, Global Optimum)	Surface
Cross-in-Tray	$-0.0001 \left(\sin(x_1) \sin(x_2) \exp(100 - \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}{\pi}) + 1 \right)$ $(\forall x \in [-10, 10], -2.06261187082274)$	
Holder Table	$- \sin(x_1) \cos(x_2) \exp(1 - \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2}}{\pi}} $ $(\forall x \in [-10, 10], -19.2085025678868)$	
Levy N.13	$\sin^2(3\pi x_1) + (x_1 - 1)^2 (1 + \sin^2(3\pi x_2)) + (x_2 - 1)^2 (1 + \sin^2(2\pi x_2))$ $(\forall x \in [-10, 10], 0)$	
Rastrigin	$10(2) + \sum_{i=1}^2 (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i))$ $(\forall x \in [-5.12, 5.12], 0)$	
Rosenbrock	$\sum_{i=1}^2 (100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2)$ $(\forall x \in [-5, 10], 0)$	
Salomon	$1 - \cos(2\pi \sqrt{\sum_{i=1}^2 x_i^2}) + 0.1 \sqrt{\sum_{i=1}^2 x_i^2}$ $(\forall x \in [-4, 4], 0)$	
Schwefel	$418.9829(2) - \sum_{i=1}^2 x_i \sin(\sqrt{ x_i })$ $(\forall x \in [-500, 500], 0)$	
Shubert	$\prod_{j=1}^2 \left(\sum_{i=1}^5 \cos((j+1)x_i + j) \right)$ $(\forall x \in [-10, 10], -186.730908831024)$	

ตารางที่ 1 ฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบสมรรถนะ (ต่อ)

Function Name	Benchmark Function (Search Space, Global Optimum)	Surface
Yang N.2	$\left(\sum_{i=1}^2 x_i\right) \exp\left(-\sum_{i=1}^2 \sin(x_i^2)\right)$ $(\forall x \in [-2\pi, 2\pi], 0)$	
Eggholder	$-(x_2 + 47) \sin\left(\sqrt{\left x_2 + \frac{x_1}{2} + 47\right }\right) - x_1 \sin\left(\sqrt{\left x_1 - (x_2 + 47)\right }\right)$ $(\forall x \in [-512, 512], -959.640662720851)$	
Michaelwicz	$-\sum_{i=1}^2 \sin(x_i) \sin^{2(10)}\left(\frac{ix_i^2}{\pi}\right)$ $(\forall x \in [0, \pi], -1.801303410098550)$	
Powersum	$\sum_{i=1}^2 x_i ^{i+1}$ $(\forall x \in [-1, 1], 0)$	
Adjiman	$\cos(x_1) \sin(x_2) - \frac{x_1}{x_2^2 + 1}$ $((x_1 \in [-1, 2] \text{ และ } x_2 \in [-1, 1], -2.02180678335979)$	
Schaffer N.1	$0.5 + \frac{\sin^2(x_1^2 + x_2^2) - 0.5}{(1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2))^2}$ $(\forall x \in [-50, 50], 0)$	
Dropwave	$\frac{1 + \cos(12\sqrt{x_1^2 + x_2^2})}{0.5(x_1^2 + x_2^2) + 2}$ $(\forall x \in [-5.2, 5.2], -1)$	
Alpine N.1	$\sum_{i=1}^2 x_i \sin(x_i) + 0.1x_i $ $(\forall x \in [-10, 10], 0)$	
Keane	$\frac{\sin^2(x_1 - x_2) \sin^2(x_1 + x_2)}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}$ $(\forall x \in [0, 10], 0.673667521146855)$	

2.3.4 ค่าปริยาย (Default) ของวิธีการค้นหาคำตอบ
FA และโซลเวอร์ GRG และ EV

1) การกำหนดค่าปริยาย ของวิธีการค้นหาคำตอบ FA
ไว้ดังนี้

- Parameter Value: $\alpha = 0.2, \delta = 0.75, \beta_{\min} = 0.1,$
 $\beta_0 = 1, \gamma = 1$

- Maximum Iteration without Improvement: 30

- Maximum Iteration: 200

- Minimum Iteration: 100

- Convergence: 0.0001 (ถ้าคำตอบไม่พัฒนาที่ระดับ

Convergence 5 ครั้ง จะหยุดการค้นหาคำตอบ)

2) การกำหนดค่าปริยาย ของวิธีการค้นหาคำตอบ GRG
และ EV

- Constraint precision: 0.000001

- Use automatic scaling: true

- Solving limits: Max time = 5,000 second

- Convergence: 0.0001

- Population size: 100

- Random seed: 0

- Require bounds on variables: true

- Maximum time without improvement: 30

- สำหรับวิธี GRG กำหนด Derivatives: forward and
use multistart: true

- สำหรับวิธี EV กำหนด Mutation rate: 0.075

โดยทุกฟังก์ชันวัตถุประสงค์กำหนดตัวแปรตัดสินใจ
เริ่มต้นจากค่าสุ่ม (Random) ตามการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่อง

(Continuous Uniform Distribution) จากขอบเขตบน
และขอบเขตล่าง

2.3.5 เครื่องมือที่ใช้ในการประมวลผล

1) โปรแกรมไมโครซอฟท์เอ็กเซล 2007 และ 2019

2) เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการประมวลผล CPU:
Intel Core i5 9400 CPU @ 2.9GHz, RAM: DDR4 (2666)
8 GB Chanel # Single

3. ผลการทดลอง

การทดลองทั้ง 8 วิธี และจำนวนฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบ
สมรรถนะ 21 ฟังก์ชัน คิดเป็นจำนวนสถานการณ์ 168
สถานการณ์ บนโปรแกรมไมโครซอฟท์เอ็กเซล 2019 ได้ผล
การทดลองดังแสดงในตารางที่ 2 ถึง 4 ดังนี้ จากตารางที่ 2
พบว่า กำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง
S และกำหนดจำนวนหึ่งห้อย 80 ตัว ได้ผลลัพธ์จำนวนฟังก์ชัน
ที่มีค่า $SR_{FA_s} = SR_{\max}$ คือจำนวน 14 ฟังก์ชัน อันดับ 2 คือ
กำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลัง และ
กำหนดจำนวนหึ่งห้อย 80 ตัว ได้ผลลัพธ์จำนวนฟังก์ชันที่มีค่า
 SR_{FA_s} จำนวน 10 ฟังก์ชัน และอันดับ 3 คือ วิธีการลดการ
ลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลัง และกำหนดจำนวน
หึ่งห้อย 60 ตัว ได้ผลลัพธ์จำนวนฟังก์ชันที่มีค่า SR_{FA_s} จำนวน
9 ฟังก์ชัน ส่วนวิธีการในโซลเวอร์ EV ได้ผลลัพธ์จำนวนฟังก์ชัน
ที่มีค่า SR_{EV} จำนวน 8 ฟังก์ชัน และ GRG ได้ผลลัพธ์จำนวนฟังก์ชัน
ที่มีค่า SR_{GRG} จำนวน 5 ฟังก์ชัน หมายความว่าวิธีการ FA ได้
ผลลัพธ์การค้นหาคำตอบสำเร็จได้ดีกว่าวิธีในโซลเวอร์ โดยเฉพาะการกำหนดจำนวนหึ่งห้อย 80 และ 60 ตัว ตามลำดับ

ตารางที่ 2 อัตราความสำเร็จในการค้นหาคำตอบ (SR) จากการทดลอง 8 วิธี

Function Name	s-curve 40 fireflies	s-curve 60 fireflies	s-curve 80 fireflies	Expo 40 fireflies	Expo 60 fireflies	Expo 80 fireflies	GRG	EV
Ackley	78	97	95	100*	100*	100*	0	0
Beale	99	99	100*	96	96	100*	69	95
Booth	100*	100*	100*	100*	100*	100*	98	100*
Bukin No.6	0*	0*	0*	0*	0*	0*	0*	0*
Cross-in-Tray	98	98	100*	97	99	97	100*	100*

ตารางที่ 2 อัตราความสำเร็จในการค้นหาคำตอบ (SR) จากการทดลอง 8 วิธี (ต่อ)

Function Name	s-curve 40 fireflies	s-curve 60 fireflies	s-curve 80 fireflies	Expo 40 fireflies	Expo 60 fireflies	Expo 80 fireflies	GRG	EV
Holder Table	98	98	100*	12	10	24	83	74
Levy N.13	100*	100*	100*	100*	100*	100*	7	100*
Rastrigin	91	95	100*	45	60	68	22	60
Rosenbrock	36	70	93	7	37	74	3	96*
Salomon	83	94	97*	18	38	47	0	10
Schwefel	51	68*	66	2	6	10	23	41
Shubert	100*	97	99	68	81	83	24	16
Yang N.2	91	95	94	98	98	100*	0	0
Eggholder	17	12	20	0	0	0	56*	7
Michaelwicz	97	100*	100*	93	91	97	70	100*
Powersum	100*	100*	100*	100*	100*	100*	100*	100*
Adjiman	100*	100*	100*	99	100*	100*	100*	40
Schaffer N.1	97	100*	100*	90	99	100*	5	100*
Dropwave	75	93	97*	29	55	57	3	91
Alpine N.1	97	96	98	99	100*	100*	0	0
Keane	100*	100*	100*	9	26	51	95	91

หมายเหตุ: * ค่า SR ที่ดีที่สุด

ตารางที่ 3 คำตอบเหมาะสมที่สุดเฉลี่ย (AF) จากการทดลอง 8 วิธี

Function Name	s-curve 40 fireflies	s-curve 60 fireflies	s-curve 80 fireflies	Expo 40 fireflies	Expo 60 fireflies	Expo 80 fireflies	GRG	EV
Ackley	1.22E-09	2.66E-10	4.44E-10	9.23E-14	2.06E-14*	3.72E-14	5.93E+00	1.24E-05
Beale	7.62E-03	7.62E-03	2.91E-20	1.19E-02	3.33E-02	2.32E-29*	8.78E-11	1.55E-02
Booth	5.97E-19	7.73E-20	7.54E-20	2.03E-27	1.67E-27	1.58E-27*	1.40E-11	6.17E-12
Bukin No.6	1.53E-02	1.37E-02	1.51E-02	1.14E-02	9.47E-03*	1.07E-02	3.32E-02	1.30E-02
Cross-in-Tray	-2.06E+00	-2.06E+00	-2.06E+00*	-2.06E+00	-2.06E+00	-2.06E+00	-2.06E+00	-2.06E+00
Holder Table	-1.92E+01	-1.92E+01	-1.92E+01*	-1.47E+01	-1.58E+01	-1.64E+01	-1.92E+01	-1.92E+01
Levy N.13	5.25E-20	6.71E-19	2.72E-19	5.24E-27*	6.69E-27	7.22E-27	9.68E-01	6.84E-12
Rastrigin	8.95E-02	4.97E-02	0.00E+00*	6.07E-01	4.18E-01	3.38E-01	1.80E+00	1.86E-10
Rosenbrock	2.17E-04	3.09E-06	9.49E-07	1.62E-01	5.51E-02	1.80E-02	7.19E-08*	1.81E-03
Salomon	1.70E-02	5.99E-03	3.00E-03	8.19E-02	6.19E-02	5.29E-02	6.19E-02	5.88E-08*
Schwefel	6.30E+01	4.26E+01	4.24E+01	2.03E+02	1.76E+02	1.49E+02	1.13E+01	1.18E+00*

ตารางที่ 3 ค่าตอบเหมาะที่สุดเฉลี่ย (AF) จากการทดลอง 8 วิธี (ต่อ)

Function Name	s-curve 40 fireflies	s-curve 60 fireflies	s-curve 80 fireflies	Expo 40 fireflies	Expo 60 fireflies	Expo 80 fireflies	GRG	EV
Shubert	-1.87E+02*	-1.87E+02	-1.87E+02	-1.73E+02	-1.81E+02	-1.81E+02	-1.85E+02	-1.87E+02
Yang N.2	7.34E-11	1.72E-11	3.64E-11	4.04E-03	6.59E-03	2.17E-15*	6.36E-02	1.14E-06
Eggholder	-8.74E+02	-8.65E+02	-8.66E+02	-6.83E+02	-7.26E+02	-7.45E+02	-9.48E+02*	-9.41E+02
Michaelwicz	-1.78E+00	-1.80E+00*	-1.80E+00*	-1.75E+00	-1.75E+00	-1.78E+00	-1.80E+00	-1.80E+00
Powersum	1.95E-12	2.39E-13	5.05E-14	3.96E-12	7.59E-13	7.34E-14	3.58E-13	3.96E-20*
Adjiman	-2.02E+00*	-2.02E+00*	-2.02E+00*	-2.02E+00	-2.02E+00*	-2.02E+00*	-2.02E+00	-2.02E+00
Schaffer N.1	1.16E-04	0.00E+00*	0.00E+00*	4.85E-04	1.77E-05	0.00E+00*	8.17E-02	7.36E-14
Dropwave	-9.84E-01	-9.96E-01	-9.98E-01	-9.55E-01	-9.71E-01	-9.73E-01	-8.26E-01	-1.00E+00*
Alpine N.1	1.30E-11	9.11E-12	5.58E-12	2.81E-06	2.85E-16*	6.32E-16	1.61E-06	1.50E-07
Keane	-6.74E-01*	-6.74E-01*	-6.74E-01*	-3.80E-01	-4.56E-01	-5.32E-01	-6.54E-01	-6.74E-01

หมายเหตุ: 1) * ค่าค่าตอบเฉลี่ยน้อยที่สุดคือ ค่าที่ดีที่สุด

2) E-a คือ $\times 10^a$

3) เนื่องจากค่าต่ำสุดในตารางมี 5 ฟังก์ชันที่แสดงผลลัพธ์เหมือนกัน แต่ค่าค่าตอบเฉลี่ยน้อยที่สุดต่างกันที่ทศนิยมในตำแหน่งที่มาก โดยไม่สามารถแสดงในตารางได้จึงอธิบายเพิ่มเติมได้ดังนี้

- Cross-in-Tray s-curve 80 fireflies มีค่าเท่ากับ -2.06261187082274 ให้ค่าดีกว่า EV มีค่าเท่ากับ -2.06261187082235 ที่เป็นค่าน้อยที่สุดในอันดับถัดไป ณ ตำแหน่งทศนิยมที่ 13

- Holder Table s-curve 80 fireflies มีค่าเท่ากับ -19.20850256788680 ให้ค่าดีกว่า GRG มีค่าเท่ากับ -19.20850256781140 ที่เป็นค่าน้อยที่สุดในอันดับถัดไป ณ ตำแหน่งทศนิยมที่ 11

- Shubert s-curve 40 fireflies มีค่าเท่ากับ -186.73090883102400 ให้ค่าดีกว่า EV มีค่าเท่ากับ -186.73090882517100 ที่เป็นค่าน้อยที่สุดในอันดับถัดไป ณ ตำแหน่งทศนิยมที่ 8

- Michaelwicz s-curve 80 fireflies และ 60 fireflies มีค่าเท่ากับ -1.80130341009855 ให้ค่าดีกว่า EV มีค่าเท่ากับ -1.80130341009235 ที่เป็นค่าน้อยที่สุดในอันดับถัดไป ณ ตำแหน่งทศนิยมที่ 12

- Adjiman s-curve 80 fireflies, 60 fireflies, 40 fireflies และ Expo 80 fireflies, 60 fireflies มีค่าเท่ากับ -2.02180678335979 ให้ค่าดีกว่า GRG มีค่าเท่ากับ -2.02180678335978 ที่เป็นค่าน้อยที่สุดในอันดับถัดไป ณ ตำแหน่งทศนิยมที่ 14

- Keane s-curve 80 fireflies, 60 fireflies, 40 fireflies มีค่าเท่ากับ -0.67366752114685 ให้ค่าดีกว่า EV มีค่าเท่ากับ -0.67366752106814 นั่นคือ ณ ตำแหน่งทศนิยมที่ 10

จากตารางที่ 3 พบว่า กำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ที่กำหนดจำนวนหิ่งห้อย 80 ตัว ได้ $AF_{FA_3} = AF_{\min}$ จำนวนฟังก์ชันมากที่สุดจำนวน 7 ฟังก์ชัน ถัดไปเป็นกำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลังที่กำหนดจำนวนหิ่งห้อย 80 ตัว จำนวน 5 ฟังก์ชัน และวิธีที่ได้ AF จำนวนฟังก์ชันน้อยที่สุด 1 ฟังก์ชัน คือ กำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลัง ที่กำหนดจำนวนหิ่งห้อย 40 ตัว

จากตารางที่ 4 วิธี GRG เป็นวิธีการค้นหาค่าตอบที่เร็วที่สุดในทุกฟังก์ชัน โดยมีเวลาเฉลี่ยในการค้นหาค่าตอบอยู่ที่ 1.8 วินาที ส่วนวิธีกำหนดการลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลังที่กำหนดจำนวนหิ่งห้อย 40 ตัว เป็นวิธีค้นหาค่าตอบที่เร็วที่สุดในอันดับ 2 การลดน้ำหนักค่า α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ที่กำหนดจำนวนหิ่งห้อย 40 ตัว เป็นวิธีค้นหาค่าตอบที่เร็วที่สุดในอันดับ 3 และวิธี EV เป็นวิธีค้นหาค่าตอบที่ช้าที่สุดโดยมีเวลาเฉลี่ยในการค้นหาค่าตอบอยู่ที่ 40.7 วินาที

ตารางที่ 4 เวลาค้นหาคำตอบเฉลี่ย (AT) จากการทดลอง 8 วิธี

Function Name	s-curve 40 fireflies	s-curve 60 fireflies	s-curve 80 fireflies	Expo 40 fireflies	Expo 60 fireflies	Expo 80 fireflies	GRG	EV
Ackley	24.0	34.8	39.7	19.4	24.2	38.0	1.3*	41.8
Beale	26.7	38.4	40.4	20.5	26.1	40.7	1.1*	41.0
Booth	26.6	38.7	41.3	20.7	25.6	39.9	0.5*	40.5
Bukin No.6	28.3	41.0	43.7	21.0	26.0	40.7	0.7*	41.1
Cross-in-Tray	18.0	26.7	27.9	17.8	21.2	33.7	0.5*	40.5
Holder Table	20.7	29.9	31.7	15.2	19.2	31.5	4.6*	31.2
Levy N.13	26.6	39.0	41.9	20.9	25.3	40.3	0.5*	40.5
Rastrigin	19.2	28.0	28.8	18.6	22.2	36.3	1.1*	41.1
Rosenbrock	15.9	30.9	36.9	14.9	19.1	32.4	1.0*	39.1
Salomon	25.8	39.1	42.5	19.6	25.8	43.6	3.8*	41.8
Schwefel	18.9	25.5	30.3	17.9	22.2	29.8	3.6*	41.9
Shubert	20.7	27.6	32.2	17.9	22.2	31.7	5.2*	40.3
Yang N.2	27.8	35.2	43.0	25.0	31.2	42.3	0.7*	40.6
Eggholder	19.5	26.7	30.0	17.6	22.1	29.7	5.4*	43.5
Michaelwicz	20.1	27.2	31.3	18.3	22.6	30.2	1.4*	40.4
Powersum	15.6	21.9	24.2	15.3	18.6	27.0	0.3*	41.4
Adjiman	19.3	26.0	29.7	18.8	22.8	32.6	1.3*	41.8
Schaffer N.1	19.3	28.3	29.5	18.8	22.9	33.2	1.3*	41.8
Dropwave	19.6	28.2	30.0	19.1	22.9	33.4	1.3*	41.8
Alpine N.1	28.1	40.5	43.3	26.0	32.2	44.2	1.3*	41.8
Keane	20.3	28.7	30.8	17.3	21.2	31.6	1.3*	41.8
Average	21.9	31.5	34.7	19.1	23.6	35.4	1.8	40.7

หมายเหตุ: * ค่าเวลาเฉลี่ยน้อยที่สุดคือ ค่าที่ดีที่สุด

4. อภิปรายผลและสรุป

FA เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการค้นหาคำตอบในเอ็กซ์เซลได้ โดยการนำมาประยุกต์ใช้ในเอ็กซ์เซลมีข้อดี คือ คำสั่ง (Code) ของโปรแกรมนั้นถูกเขียนอยู่บน Visual Basic for Application (VBA) ซึ่งมีอยู่ในทุกเวอร์ชันของเอ็กซ์เซล นั้นหมายความว่าจากงานวิจัย Minsan & Minsan [7] และ Minsan [8] ที่ได้แสดงให้เห็นข้อเสียของการใช้โซลเวอร์ในการค้นหาคำตอบของ

เอ็กซ์เซลเวอร์ชัน 2007 การนำ FA ไปค้นหาคำตอบแทนจึงเป็นทางเลือกที่ช่วยในการค้นหาคำตอบได้ ในงานวิจัย Minsan [8] ปัญหาการพยากรณ์เมื่อข้อมูลอนุกรมเวลามีส่วนประกอบแนวโน้ม (Trend) กรณีปัญหาตัวแบบเชิงเส้น (Linear Model) ตัวแบบลอการิทึม (Logarithmic Model) ตัวแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Model) และตัวแบบกำลัง (Power Model) ที่ฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นการหาค่าน้อยที่สุดของรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean

ตารางที่ 5 ผลลัพธ์ในการทดลองทุกสถานการณ์ของค่า α , β_{\min}

Parameters	$\beta_{\min} = 0.05$	$\beta_{\min} = 0.15$	$\beta_{\min} = 0.3$
$\alpha = 0.10$	19 ^a , 0 ^b , 2 ^c	16 ^a , 0 ^b , 5 ^c	15 ^a , 1 ^b , 5 ^c
$\alpha = 0.25$	16 ^a , 1 ^b , 4 ^c	16 ^a , 1 ^b , 4 ^c	15 ^a , 2 ^b , 4 ^c
$\alpha = 0.4$	15 ^a , 1 ^b , 5 ^c	16 ^a , 1 ^b , 4 ^c	13 ^a , 3 ^b , 5 ^c

หมายเหตุ: ^a จำนวนฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบสมรรถนะวิธีการลด α ค่าแบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ได้ค่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดเฉลี่ยต่ำสุด

^b จำนวนฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบสมรรถนะวิธีทั้งสองได้ผลลัพธ์ที่ค่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดเฉลี่ยต่ำสุดเท่ากัน

^c จำนวนฟังก์ชันวัดเปรียบเทียบสมรรถนะวิธีการลดค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลังได้ค่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดเฉลี่ยต่ำสุด

Square Error; RMSE) โดยตัวแบบทั้ง 4 นี้ สามารถแปลงให้อยู่ในรูปเชิงเส้นเมื่อฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Method) จะทำให้หาคำตอบที่แท้จริงได้ และเมื่อประยุกต์ใช้ FA ของงานวิจัยนี้ไปทดลองเพิ่มเติมในเอ็กซ์เซลเวอร์ชัน 2007 ก็สามารถหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของทั้ง 4 ตัวแบบ ที่ทำให้ได้ค่า RMSE ต่ำที่สุดทุกครั้งและคำตอบตรงกันกับวิธีการแปลงตัวแบบให้อยู่ในรูปเชิงเส้นซึ่งได้คำตอบที่แท้จริง

ในงานวิจัยนี้กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\alpha = 0.2$, $\delta = 0.75$, $\beta_{\min} = 1$ ที่ใช้ในการเปรียบเทียบสถานการณ์ การลดค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลัง และการลดค่า α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ซึ่งผลวิจัยในตารางที่ 2 และ 3 เห็นได้อย่างชัดเจนว่าวิธีการลดค่า α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ที่นำเสนอ นั้นได้ผลที่ดีกว่า ผู้วิจัยได้ทำการทดลองเพิ่มเติมในกรณีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ α , β_{\min} เป็นค่าอื่นที่ไม่ได้แนะนำในงานวิจัยนี้ โดยมีแบบแผนการทดลองเป็นดังตารางที่ 5

จากตารางที่ 5 การทดลองจำนวน 9 สถานการณ์ โดยแต่ละสถานการณ์ทำการทดลองการลดค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลัง และการลดค่า α แบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S อย่างละ 100 รอบ กำหนดค่าปริยายตามเงื่อนไขเดิมของงานวิจัยนี้ พบว่า วิธีการลด α ค่าแบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ได้ค่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดเฉลี่ยต่ำสุดดีกว่าวิธีการลดค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลังในทุกสถานการณ์ในการทดลอง เช่น การทดลอง $\alpha = 0.10$ และ $\beta_{\min} = 0.05$ วิธีการลด α ค่าแบบฟังก์ชันผกผันเส้นโค้ง S ได้ค่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดเฉลี่ยต่ำสุดจำนวน 19 ฟังก์ชัน คือ Beale, Booth, Bukin No.6, Holder

Table, Levy N.13, Rastrigin, Rosenbrock, Salomon, Schwefel, Shubert, Yang N.2, Eggholder, Michaelwicz, Powersum, Adjiman, Schaffer N.1, Dropwave, Alpine N.1 และ Keane ส่วนวิธีการลดค่า α แบบฟังก์ชันเลขชี้กำลัง S ได้ค่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดเฉลี่ยต่ำสุดจำนวน 2 ฟังก์ชัน คือ Ackley และ Cross-in-Tray

เอกสารอ้างอิง

- [1] X. S. Yang, *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*, Luniver Press, 2008.
- [2] A. Khadwilard, S. Chansombat, T. Theppakorn, P. Thapatsuwan, W. Chainate, and P. Pongcharoen, "Application of firefly algorithm and its parameter setting for job shop scheduling," *The Journal of Industrial Technology*, vol. 8, no.1, pp. 49–58, 2012 (in Thai).
- [3] P. Musigawan, S. Chiewchanwattana, and K. Sunat, "Evolutionary extreme learning machine based on optimized step-size random search firefly algorithm," in *Proceedings the Eighth National Conference on Computing and Information Technology (NCCIT)*, 2012, pp. 202–209.
- [4] N. Chai-ead, "Simulated engineering system improvement via firefly, bees and hunting search algorithms," M.S. thesis, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering,



- Thammasat University, 2012 (in Thai).
- [5] D. T. Pham, A. Ghanbarzadeh, E. Koç, S. Otri, S. Rahim, and M. Zaidi, "Bee algorithm a novel approach to function optimisation," Technical Note MEC 0501, Manufacturing Engineering Centre, Cardiff University, UK, 2005, pp. 1-40.
- [6] R. Oftadeh, M. J. Mahjoob, and M. Shariatpanahi, "A novel meta-heuristic optimization algorithm inspired by group hunting of animals: Hunting search," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 60, no.7, pp. 2087-2098, 2010.
- [7] P. Minsan and W. Minsan, "Comparing methods of optimization in solver of Microsoft Excel 2007 and 2019," *UTK Research Journal*, vol. 13 no. 2, pp. 144-161, 2019 (in Thai).
- [8] P. Minsan, "Comparing methods of optimization in solver of microsoft excel 2007 and 2019: A case study of some statistical models," *The Journal of KMUTNB*, vol. 31 no. 3, pp. 113-128, 2021 (in Thai).
- [9] X. S. Yang, "Firefly algorithms for multimodal optimization," *Foundations and Applications, SAGA 2009, Lecture Notes in Computer Sciences*, 5792, 2009, pp. 169-178.
- [10] P. Musigawan, "Improved firefly algorithm for extreme learning machine," M.S. thesis, Computer Science, Graduate School, Khon Kaen University, 2012 (in Thai).
- [11] X. S. Yang, *Nature-inspired Optimization Algorithms*, Elsevier, 2014.
- [12] Global Optimization Benchmarks and AMPGO, *N-D Test Functions A* [Online]. Available: http://infinity77.net/global_optimization/test_functions_nd_A.html
- [13] Mazhar-ansari-ardeh, *BenchmarkFcns Toolbox, Adjiman Function* [Online]. Available: <http://benchmarkfcns.xyz/benchmarkfcns/adjimanfcn.html>